ĐỀ ÔN KIỂM TRA CUỐI KÌ I. NĂM HỌC: 2026 – 2027
MÔN TOÁN. LỚP 12
ĐỀ SỐ 1

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

(3 điểm)

Câu 1: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-2;1)$.

Câu 2: Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y=-x^3+3x+4$.

A. $y_{CT}=2$. **B.** $y_{CT}=1$. **C.** $y_{CT}=6$. **D.** $y_{CT}=-1$.

Câu 3: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$ trên đoạn $[0;4]$. Tính tổng $S=M+m$.

A. $\frac{7}{3}$. **B.** 1. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** 4.

Lời giải

Dễ thấy hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Ta có: $y(0)=1$; $y(1)=\frac{7}{3}$; $y(3)=1$; $y(4)=\frac{7}{3}$.

Vậy $\left\{\begin{array}{l} M=\max\limits_{[0;4]} y=y(1)=y(4)=\frac{7}{3} \\ m=\min\limits_{[0;4]} y=y(0)=y(3)=1 \end{array}\right. \Rightarrow S=M+m=\frac{7}{3}+1=\frac{10}{3}$.

Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	1	↘	$-\infty$ ‖ 2	↘	-3	↗	3

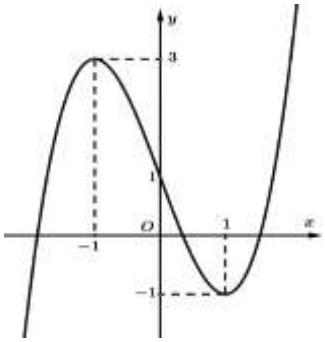
Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Quan sát bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x\to 0^-} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$.

Câu 5: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^3-3x-1$. **C.** $y=-x^3-3x-1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số trên là đồ thị hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$.

Nhìn vào nhánh phải của đồ thị ta thấy đồ thị có hướng đi lên suy ra $a>0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $y=1$. Vậy hàm số thỏa đề là $y=x^3-3x+1$.

Câu 6: Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	0		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	2	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	2
		$-\infty$			

A. $y=\dfrac{2x-7}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{1-2x}{x-2}$.

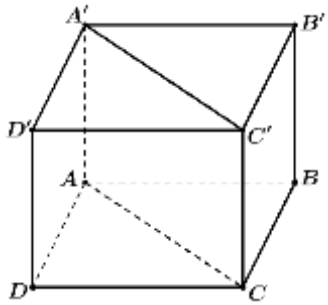
Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2$ nên ta loại đáp án **B.**

Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$ nên ta loại đáp án **D.**

Xét đáp án A có $y'=\dfrac{3}{(x-2)^2}>0$ nên loại đáp án **A.**

Câu 7: Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{C'D'}$.



A. $\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=4, BAC=60°, \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=6$. Khi đó độ dài $\overrightarrow{AC}$ là

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 12.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=AB.AC.\cos BAC \Leftrightarrow 6=4.AC.\cos 60° \Leftrightarrow AC=3$.

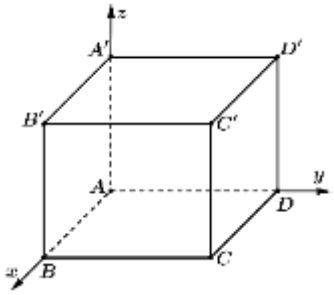
Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy.

A. $A'(1;-2;3)$. **B.** $A'(1;2;-3)$. **C.** $A'(-1;2;3)$. **D.** $A'(-1;2;-3)$

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc tọa độ O, điểm B nằm trên tia Ox, điểm D nằm trên tia Oy, điểm A' nằm trên tia Oz.Biết $AB=2, AD=4, AA'=3$. Gọi tọa độ của C' là $(a;b;c)$ khi đó biểu thức $a+b-c$ có giá trị là.

A. -4. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải



Theo giả thiết có $\overrightarrow{AB}=2\vec{i};\overrightarrow{AD}=4\vec{j};\overrightarrow{AA'}=3\vec{k}$;

Áp dụng quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=2\vec{i}+4\vec{j}+3\vec{k}$.

Do đó điểm C' có tọa độ là $(2;4;3)$. Vậy $a+b-c=2+4-3=3$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véctơ là $\vec{a}=(1;0;0)$ và $\vec{b}=\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2};0\right)$. Góc giữa hai véctơ này là

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải

Ta có: $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}=\dfrac{1.\frac{1}{2}+0.\frac{\sqrt{3}}{2}+0.0}{\sqrt{1^2+0^2+0^2}.\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2+0^2}}=\dfrac{1}{2}$ suy ra $\left(\vec{a},\vec{b}\right)=60^\circ$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u}=(1;0;-1),\vec{v}=(2;1;-2)$. Tích vô hướng $\vec{u}\cdot\vec{v}$ bằng

A. 0. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $\vec{u}.\vec{v}=1.2+0.1+(-1)(-2)=4$.

Phần II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4 điểm)

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2,-2,1),B(-4,2,4),C(-4,0,1)$. Các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) $M\left(-1,0,\frac{5}{2}\right)$ là trung điểm của BC.

b) $G(-2,0,2)$ là trọng tâm tam giác ABC.

c) $N(8;-6;-2)$ là điểm đối xứng của B qua A.

d) Tọa độ điểm $E(-14;8;11)$ thỏa B là trọng tâm tam giác AOE.

Lời giải

a) Sai: Do tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

$$M\left(\frac{-4+(-4)}{2};\frac{2+0}{2};\frac{4+1}{2}\right) \text{ hay } M\left(-4;1;\frac{5}{2}\right)$$

b) Đúng: Do tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

$$G\left(\frac{2+(-4)+(-4)}{3};\frac{-2+2+0}{3};\frac{1+4+1}{3}\right) \text{ hay } G(-2;0;2)$$

c) Đúng: N là điểm đối xứng của B qua A thì B là trung điểm AN.

$$\begin{cases} x_B = \dfrac{x_A + x_N}{2} \\ y_B = \dfrac{y_A + y_N}{2} \\ z_B = \dfrac{z_A + z_N}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2x_B - x_A \\ y_N = 2y_B - y_A \\ z_N = 2z_B - z_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 8 \\ y_N = -6 \\ z_N = -2 \end{cases} \Rightarrow N(8;-6;-2)$$

d) Đúng: B là trọng tâm tam giác AOE.

$$\begin{cases} x_B = \dfrac{x_A + x_O + x_E}{3} \\ y_B = \dfrac{y_A + y_O + y_E}{3} \\ z_B = \dfrac{z_A + z_O + z_E}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 3x_B - x_A - x_O \\ y_E = 2y_B - y_A - y_O \\ z_E = 3z_B - z_A - z_O \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -14 \\ y_E = 8 \\ z_E = 11 \end{cases} \Rightarrow E(-14;8;11)$$

Câu 2. Cho hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 1$.

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

b) Hàm số đạt cực đại tại điểm x = 1

c) $f(4) < f(5)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số f(x) trên khoảng $(1;+\infty)$ bằng $f(3)$

Lời giải

a) Đúng.	**b)** Đúng.	**c)** Sai.	**d)** Đúng.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$y' = x^2 - 4x + 3; y' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 3.$

Bảng xét dấu của đạo hàm:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ đó, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết rằng: cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

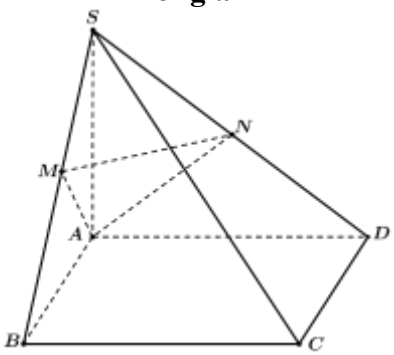
a) Hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ là hai vectơ cùng phương, cùng hướng.

b) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng $60°$.

c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB} = \dfrac{a^2}{2}$.

d) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$ là $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



a) Sai: Ta thấy: $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AB // CD$.

Suy ra hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ là hai vectơ cùng phương, ngược hướng.

b) Sai: Ta có $ABCD$ là hình chữ nhật nên: $AC=\sqrt{AB^2+AD^2}=a\sqrt{5}$.

Hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy nên tam giác SAC là tam giác vuông tại A Suy ra: $\tan SCA=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{2a}{a\sqrt{5}}\Rightarrow SCA\approx 41°48'$.

Ta có: $\left(\overrightarrow{SC},\overrightarrow{AC}\right)=\left(\overrightarrow{CS},\overrightarrow{CA}\right)=SCA\approx 41°48'$.

c) Đúng: Hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy nên tam giác SAB là tam giác vuông tại A. Suy ra: $SB=\sqrt{SA^2+AB^2}=a\sqrt{5}$.

Trong tam giác SAB vuông tại A có AM là đường trung tuyến nên: $AM=\dfrac{1}{2}SB=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Lại có M là trung điểm của SB nên $MB=\dfrac{1}{2}SB=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Ta tính được $\cos MAB=\dfrac{MA^2+AB^2-MB^2}{2MA.AB}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Mà $\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right)=MAB$ suy ra: $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AB}=\left|\overrightarrow{AM}\right|.\left|\overrightarrow{AB}\right|.\cos\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{AB}\right)=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}.a.\dfrac{\sqrt{5}}{5}=\dfrac{a^2}{2}$.

d) Sai: Ta có: M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB , SD nên MN là đường trung bình của tam giác SBD. Do đó: $MN=\dfrac{1}{2}BD=\sqrt{AB^2+AD^2}=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

Suy ra: $\left|\overrightarrow{AM}-\overrightarrow{AN}\right|=\left|\overrightarrow{MN}\right|=\dfrac{a\sqrt{5}}{2}$.

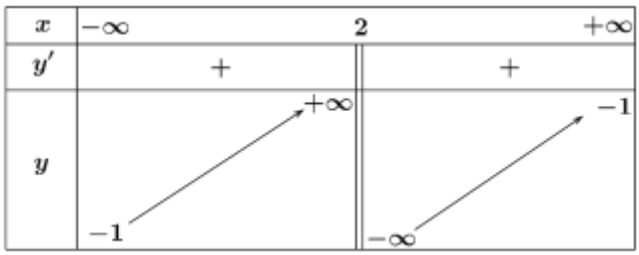
Câu 4: Cho hàm số $y=\dfrac{-x-1}{x-2}$ có đồ thị (C)

a) Giá trị nhỏ nhất trên $\left[0;\dfrac{3}{2}\right]$ bằng 0,5

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $y=2$.

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có toạ độ là $(2;-1)$.

d) Hàm số $y=\dfrac{-x-1}{x-2}$ có bảng biến thiên là



PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. (3 Điểm)

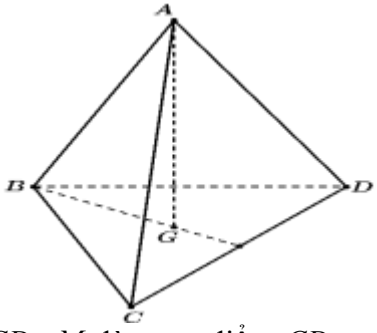
Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a}=(2;1;0)$ và $\vec{b}=(-1;0;-2)$. Tính $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$.

Lời giải

Ta có $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|}=\dfrac{2\cdot(-1)+1\cdot 0+0\cdot(-2)}{\sqrt{2^2+1^2+0^2}\cdot\sqrt{(-1)^2+0^2+(-2)^2}}=-\dfrac{2}{5}=-0,4$.

Câu 2: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 15. Biết độ dài của $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}$ bằng $a\sqrt{6}$ khi đó giá trị của a là bao nhiêu?

Lời giải



Gọi G là trọng tâm tâm giác BCD, M là trung điểm CD.

$\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}\Leftrightarrow\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AB}\right)+\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AC}\right)+\left(\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{AD}\right)=\vec{0}\Leftrightarrow 3\overrightarrow{GA}+\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=-3\overrightarrow{GA}=3\overrightarrow{AG}\Rightarrow\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right|=\left|3\overrightarrow{AG}\right|=3AG$.

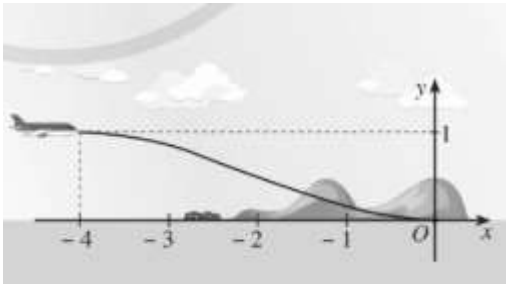
Xét tam giác đều BCD có $BM=BC.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{15\sqrt{3}}{2}\Rightarrow BG=\dfrac{2}{3}BM=5\sqrt{3}$.

Vì tứ diện $ABCD$ đều nên $AG\perp(BCD)\Rightarrow AGB=90°$.

Xét tam giác ABG có $AG=\sqrt{AB^2-BG^2}=\sqrt{15^2-\left(5\sqrt{3}\right)^2}=5\sqrt{6}$.

Do đó $\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right|=3AG=15\sqrt{6}\Rightarrow a=15$. Vậy giá trị của $a=15$.

Câu 3: Một máy bay loại nhỏ bắt đầu hạ cánh, đường bay của nó gắn với hệ trục toạ độ Oxy được mô phỏng ở hình bên dưới. Đường bay của nó có dạng là một phần của đồ thị hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ với $x\in[-4;0]$, vị trí bắt đầu hạ cánh có toạ độ $(-4;1)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số và máy bay tiếp đất tại vị trí gốc toạ độ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Tính $\dfrac{1}{a}+c+d$.



HD Đồ thị hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ đi qua điểm $O(0;0),(-4;1)$ nên $d=0$ và $-64\text{a}+16b-4c=1$

Vì $(-4;1),(0;0)$ lần lượt là điểm cực đại, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số nên $\begin{cases}y'(0)=0\\ y'(-4)=0\end{cases}$.

Suy ra, $\begin{cases}c=0\\ b=6\text{a}\end{cases}$.Suy ra, $a=\dfrac{1}{32},b=\dfrac{3}{16},c=0,d=0$. Do đó, $\dfrac{1}{a}+c+d=32$.

Câu 4. Một loại vi khuẩn được tiêm một loại thuốc kích thích sự sinh sản. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức $N(t)=1000+30t^2-t^3\,(0\le t\le 30)$. Hỏi sau bao giây thì số vi khuẩn lớn nhất?

Lời giải

Xét hàm số $N(t)=1000+30t^2-t^3\,(0\le t\le 30)$.

$N'(t)=60t-3t^2$.

$N'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\ t=20\end{array}\right.$.

t	0		20		30
N'		+	0	−	
N		↗	5000	↘	

Với $t = 20$ giây thì số vi khuẩn lớn nhất.

Câu 5. Nếu một doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm trong tháng $\left(x \in \mathbb{N}^*, 1 \le x \le 4500\right)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -0,01x^2 + 300x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho mỗi sản phẩm là $G(x) = \dfrac{30000}{x} + 200$ (nghìn đồng). Giả sử số sản phẩm sản xuất ra luôn được bán hết. Trong một tháng doanh nghiệp đó cần sản xuất ít nhất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng ?

Giải.

Tổng chi phí sản xuất x sản phẩm là $C(x) = x\left(\dfrac{30000}{x} + 200\right) = 30000 + 200x$

Lợi nhuận P(x) thu được khi bán x sản phẩm là : $P(x) = F(x) - C(x) = -0,01x^2 + 100x - 30000$

Để lợi nhuận lớn hơn 100 triệu đồng thì P(x) > 100000 $\Leftrightarrow 1535,9 < x < 8464,1$

Kết hợp với ĐK $\left(x \in \mathbb{N}^*, 1 \le x \le 4500\right)$. Suy ra $1536 \le x \le 4500$

Vậy doanh nghiệp cần sản xuất ít nhất 1536 sản phẩm để lợi nhuận thu được lớn hơn 100 triệu đồng.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1); B(2;-1;3)$ và điểm $M(a;b;0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Tính giá trị của $P = a + b$.

Lời giải

Ta thấy $M(a;b;0) \in (Oxy)$. Gọi $I\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2};2\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB

Ta có: $MA^2 + MB^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = \left(\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IM}\right)^2 + \left(\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IM}\right)^2$

$= \left(\overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IM}^2 - 2\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IM}\right) + \left(\overrightarrow{IB}^2 + \overrightarrow{IM}^2 - 2\overrightarrow{IB}.\overrightarrow{IM}\right) = 2IM^2 + 2IA^2 = 2IM^2 + 7$

Suy ra $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM$ ngắn nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (Oxy).Suy ra $M\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2};0\right)$. Như vậy $a = \dfrac{3}{2}, b = \dfrac{1}{2} \Rightarrow a + b = \dfrac{3}{2} + \dfrac{1}{2} = 2$.