

MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ I – NĂM HỌC 2026-2027
MÔN TOÁN 12 – THỜI GIAN: 90 PHÚT

TT	Chương/ Chủ đề	Nội dung	Mức độ đánh giá									Tổng			Tỉ lệ	
			DT1			DT2			DT3							
			Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD		
1	Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số (22 tiết + 2 tiết ôn chương)	Tính đơn điệu và cực trị của hàm số	2	2		1	2	1	2			5	4	1	30	
		Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số	2	1		1					1	3	1	1	15	
		Đường tiệm cận của đồ thị hàm số	2				2				1		2	3		15
		Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số	2	1		2		3		1		4	2	3	25	
		Ứng dụng đạo hàm để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn						4			1			5	15	
Tổng số lệnh hỏi			8	4		4	4	8	2	2	2	14	10	10	34	
Tổng điểm			2.0	1.0		1.0	1.0	2.0	1.0	1.0	1.0	4.0	3.0	3.0	10	
Tỉ lệ %			30			40			30			70		30	100	

Lưu ý: a) Nhiều lựa chọn: 12 câu, mỗi câu 0,25 điểm.
b) Đúng sai: 2 câu, mỗi câu 4 ý, mỗi ý 0,25 điểm.
c) Trả lời ngắn: 6 câu, mỗi câu 0,5 điểm.

BẢNG ĐẶC TẢ ĐỀ KIỂM TRA GIỮA HỌC KỲ I – NĂM HỌC 2026-2027
MÔN TOÁN 12 – THỜI GIAN: 90 PHÚT

TT	Chương/ Chủ đề	Nội dung/ Đơn vị kiến thức	Yêu cầu cần đạt	Số câu hỏi ở các mức độ đánh giá								
				Nhiều lựa chọn			Đúng - Sai			Trả lời ngắn		
				Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD
1	Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị của hàm số (24 tiết)	<i>Tính đơn điệu và cực trị của hàm số</i>	Biết: - Nhận biết được tính đồng biến, nghịch biến của một hàm số trên một khoảng dựa vào dấu của đạo hàm cấp một của nó. - Nhận biết được tính đơn điệu, điểm cực trị, giá trị cực trị của hàm số thông qua bảng biến thiên hoặc thông qua hình ảnh hình học của đồ thị hàm số. Hiểu: - Thể hiện được tính đồng biến, nghịch biến của hàm số trong bảng biến thiên của hàm số. - Tìm được khoảng đồng biến, nghịch biến, điểm cực trị của hàm số khi biết hàm số đó.	C1 C2	C9 C10		1a	1b, 1c	1d	C1 C2		
		<i>Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số</i>	Biết: Nhận biết được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên một tập xác định cho trước.	C3 C4	C11		2a					C5

			– Nhận biết được giá trị lớn nhất hoặc giá trị nhỏ nhất của hàm số khi cho bảng biến thiên, khi cho đồ thị Hiểu: – Xác định được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng đạo hàm trong những trường hợp đơn giản. Vận dụng: – Tìm được giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng đạo hàm trong những trường hợp khó hơn.									
		<i>Đường tiệm cận của đồ thị hàm số</i>	Biết : – Nhận biết được hình ảnh hình học của đường tiệm cận ngang, đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số. Hiểu: – Dựa vào định nghĩa và bảng biến thiên của đồ thị hàm số, đồ thị xác định được đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đó – Xác định được đường tiệm cận đứng, đường tiệm cận ngang, đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số. – Tìm giá trị của hệ số $a, b, c, d, m, n, \dots$ từ các đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã	C5 C6				2b, 2c			C3	

			học.									
		<i>Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số</i>	Biết : – Nhận điểm thuộc đồ thị hàm số – Nhận biết được tính đối xứng (trục đối xứng, tâm đối xứng) của đồ thị các hàm số. Hiểu – Mô tả được sơ đồ tổng quát để khảo sát hàm số (tìm tập xác định, xét chiều biến thiên, tìm cực trị, tìm tiệm cận, lập bảng biến thiên, vẽ đồ thị). – Nhận dạng được đồ thị hàm số – Tìm giá trị của hệ số $a, b, c, d, m, n, \dots$ trong các hàm số đã học. Vận dụng: – Khảo sát được (tập xác định, chiều biến thiên, cực trị, tiệm cận, bảng biến thiên) và vẽ đồ thị của các hàm số: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \ (a \neq 0);$ $y = \frac{ax + b}{cx + d} \ (c \neq 0, ad - bc \neq 0);$ $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n} \ (a \neq 0, m \neq 0$ và đa thức tử không chia hết cho đa thức mẫu).	C7 C8	C12		3a, 3b		2d 3c, 3d		C4	

		<i>Ứng dụng đạo hàm để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn</i> Hiểu: – Nắm được quy trình giải một bài toán tối ưu hoá. – Tính trực tiếp giá trị của biểu thức khi chuyển hóa bài toán vật lí, sinh học qua toán học. Vận dụng: – Đạo hàm và khảo sát hàm số để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn như tính tốc độ tức thời của một đại lượng, giải một số bài toán tối ưu hoá đơn giản trong thực tế. – Vận dụng được đạo hàm để giải bài toán liên quan tới tốc độ thay đổi của một đại lượng.						4a, 4b 4c, 4d			C6
Tổng số câu			8	4	0	4	4	8	2	2	2
Tổng số điểm			3.0 đ			4.0 đ			3.0 đ		
Tỉ lệ %			30%			40%			30%		

Duyệt của tổ chuyên môn
Tổ trưởng

Vĩnh Long, ngày 17 tháng 10 năm 2026
Người soạn

Nguyễn Trung Cang

Châu Tuyết Mai

3. ĐỀ THAM KHẢO KIỂM TRA GIỮA KỲ I TOÁN 12 – NĂM HỌC: 2026 – 2027

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án)

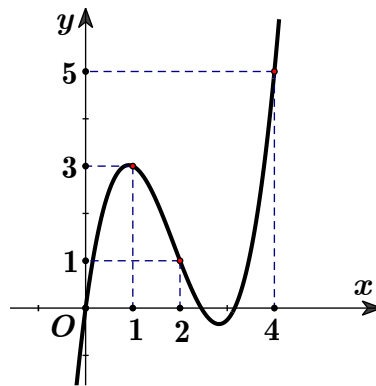
Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-1		1		-1		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -3)$. B. $(0; 3)$. C. $(-3; 0)$. D. $(-3; 3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ sau.



Hàm số có giá trị cực đại là

- A. $y = 3$. B. $y = 0$. C. $y = 5$. D. $y = 1$.

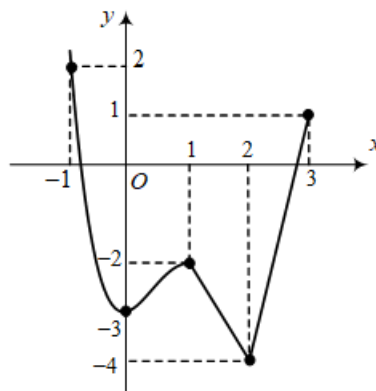
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau đây

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$
y'	$+$	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	-3	$+\infty$	

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

- A. -3 . B. 1 . C. 2 . D. 0 .

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị M bằng:



A. 2.

B. 1.

C. -4.

D. 3.

Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{-2x-3}{x+1}$ là

A. $y = -2$.B. $x = -1$.C. $x = 2$.D. $y = 1$.

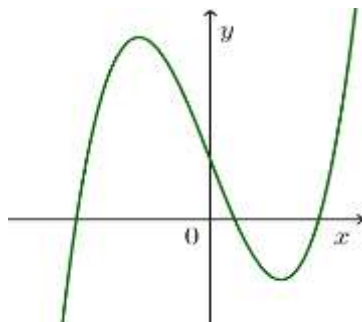
Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	3	$+\infty$	$-\infty$

Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. $y = 1$.B. $x = 3$.C. $x = 1$.D. $y = 3$.

Câu 7. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = -x^2 + x - 1$ B. $y = -x^3 + 3x + 1$ C. $y = x^4 - x^2 + 1$ D. $y = x^3 - 3x + 1$

Câu 8. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$?

A. $M(-2; -3)$.B. $N(2; 4)$.C. $P(3; 5)$.D. $Q(-1; 7)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-3), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

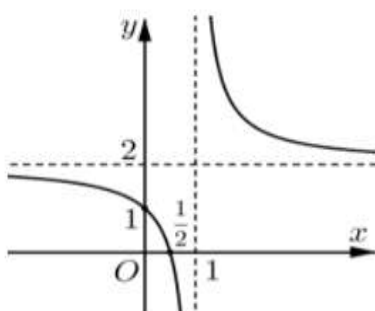
Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-4), \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào ĐÚNG?

A. $f(1) > f(3)$.B. $f(4) > f(1)$.C. $f(5) > f(7)$.D. $f(4) > f(3)$.

Câu 11. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$ là:

A. $\min_{[0; 3]} y = -3$.B. $\min_{[0; 3]} y = \frac{1}{2}$.C. $\min_{[0; 3]} y = -1$.D. $\min_{[0; 3]} y = 1$.

Câu 12. Đồ thị trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

C. $y = x^3 + x^2 - 4$.

D. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

PHẦN II. (4,0 điểm) Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai).

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$.

a) Đạo hàm: $y' = f'(x) = 3x^2 - 6x$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

c) Hàm số có hai điểm cực trị.

d) $f(2026) < f(2027)$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x+5}{-x+2}$, xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Giá trị nhỏ nhất trên $\left[0; \frac{3}{2}\right]$ bằng 3

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $y = 2$.

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là $(2; -1)$.

d) Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	-1	$+\infty$	-1

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x+1}$

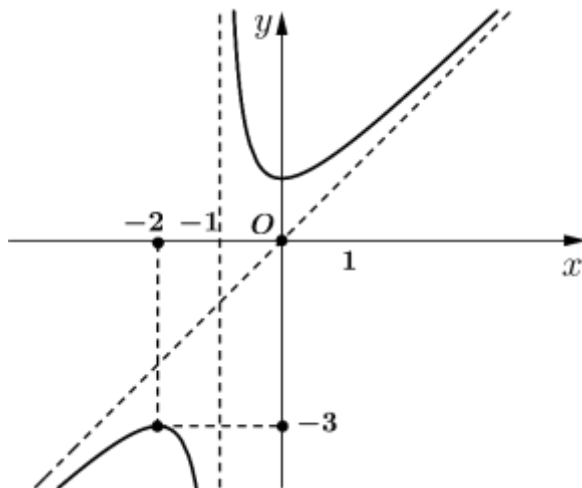
a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus -1$.

b) Ta có: $y' = \frac{-x^2 - 2x}{(x+1)^2}$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
y'	-	0	+	+	-
y	$+\infty$	5	$+\infty$	1	$-\infty$

d) Đồ thị của hàm số là



Câu 4: Độ cao (mét) của một viên đạn được bắn lên trời từ một vị trí cách mặt đất 20m theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $294m/s$ (bỏ qua sức cản của không khí) là $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Vận tốc ban đầu của viên đạn là $294m/s$.
- b) Vận tốc của viên đạn sau 2 giây là $292m/s$.
- c) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 25$ giây.
- d) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất là $4430(m)$.

PHẦN III. (3.0 điểm) Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. (Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6).

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau

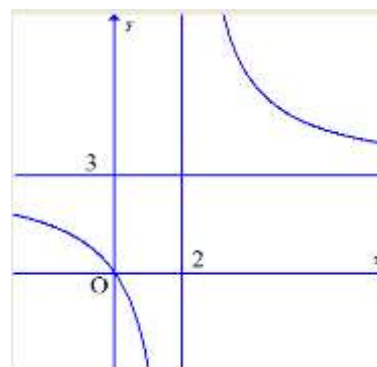
x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	+	0	+

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Câu 2. Gọi m, n lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$. Tính giá trị biểu thức $P = m^3 + n^3$.

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{3x + a}{x + b}$ có đồ thị như hình bên

Tính giá trị của $P = 2024a - 25b$



Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$	
y'	-	0	+	0	-
y	$+\infty$			5	

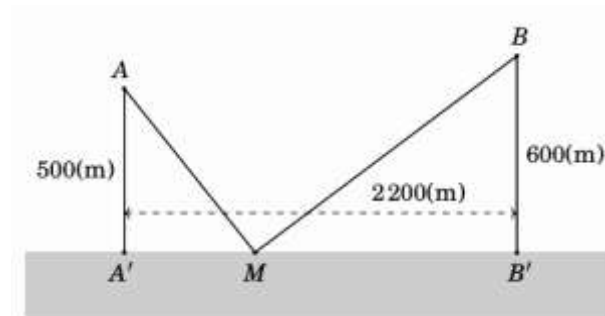
Diagram showing the mapping of y values:

- From $+\infty$ to 3
- From 3 to 5
- From 5 to $-\infty$

Tính $f(3)$.

Câu 5. Anh Tuấn muốn xây dựng một hồ ga không có nắp đáy dạng hình hộp chữ nhật có thể tích chứa được 3200cm^3 , tỉ số giữa chiều cao và chiều rộng của hồ ga bằng 2. Xác định diện tích đáy của hồ ga để khi xây hồ tiết kiệm được nguyên liệu nhất.

Câu 6. Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông. Khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 550\text{m}$, $BB' = 600\text{m}$. Người ta đo được $A'B' = 2200\text{m}$ như hình vẽ dưới đây. Các kỹ sư muốn xây dựng một trạm cung cấp nước sạch nằm cạnh bên bờ sông cho người dân của hai xã sử dụng. Để tiết kiệm chi phí, các kỹ sư phải chọn một vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó.



4. ĐÁP ÁN KIỂM TRA GIỮA KỲ I

TOÁN 12 – NĂM HỌC: 2026 - 2027

PHẦN I. (3,0 điểm) Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án)

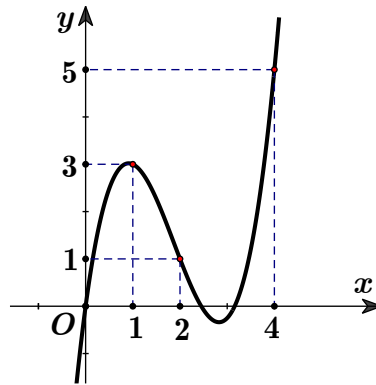
Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-3	0	3	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-1		1		-1		$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -3)$. B. $(0; 3)$. **C. $(-3; 0)$.** D. $(-3; 3)$.

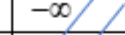
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị như hình vẽ sau.



Hàm số có giá trị cực đại là

- A. $y = 3$.** B. $y = 0$. C. $y = 5$. D. $y = 1$.

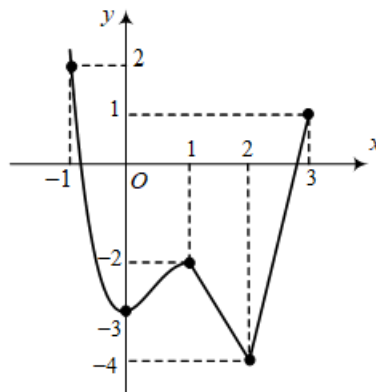
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau đây

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$		
y'		$+$	$-$	0	$+$	
y		$+\infty$		-3		$+\infty$

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

- A. -3 .** B. 1 . C. 2 . D. 0 .

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1; 3]$. Giá trị M bằng:



- A. 2 .** B. 1 . C. -4 . D. 3 .

Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{-2x-3}{x+1}$ là

A. $y = -2$.

B. $x = -1$.

C. $x = 2$.

D. $y = 1$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
y'	+		+
y	3	$+\infty$	$-\infty$

Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

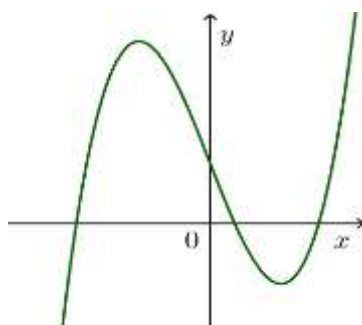
A. $y = 1$.

B. $x = 3$.

C. $x = 1$.

D. $y = 3$.

Câu 7. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = -x^2 + x - 1$

B. $y = -x^3 + 3x + 1$

C. $y = x^4 - x^2 + 1$

D. $y = x^3 - 3x + 1$

Câu 8. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$?

A. $M(-2; -3)$.

B. $N(2; 4)$.

C. $P(3; 5)$.

D. $Q(-1; 7)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x-3), \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)(x-4), \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào ĐÚNG?

A. $f(1) > f(3)$.

B. $f(4) > f(1)$.

C. $f(5) > f(7)$.

D. $f(4) > f(3)$.

Câu 11. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$ là:

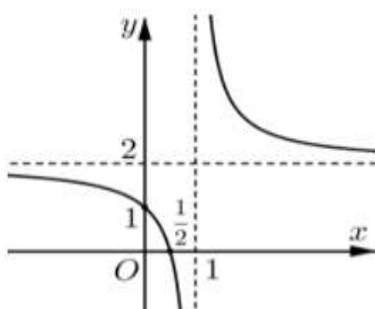
A. $\min_{[0; 3]} y = -3$.

B. $\min_{[0; 3]} y = \frac{1}{2}$.

C. $\min_{[0; 3]} y = -1$.

D. $\min_{[0; 3]} y = 1$.

Câu 12. Đồ thị trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \frac{2x+1}{x-1}$.

B. $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

C. $y = x^3 + x^2 - 4$.

D. $y = \frac{2x-1}{x-1}$.

PHẦN II. (4,0 điểm) Câu hỏi trắc nghiệm đúng sai.

(Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai).

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x^2 + 3$.

a) Đạo hàm: $y' = f'(x) = 3x^2 - 6x$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

c) Hàm số có hai điểm cực trị.

d) $f(2026) < f(2027)$

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{x+5}{-x+2}$, xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) Giá trị nhỏ nhất trên $\left[0; \frac{3}{2}\right]$ bằng 3

b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $y = 2$.

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là $(2; -1)$.

d) Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	-1	$+\infty$	-1

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + x + 1}{x+1}$

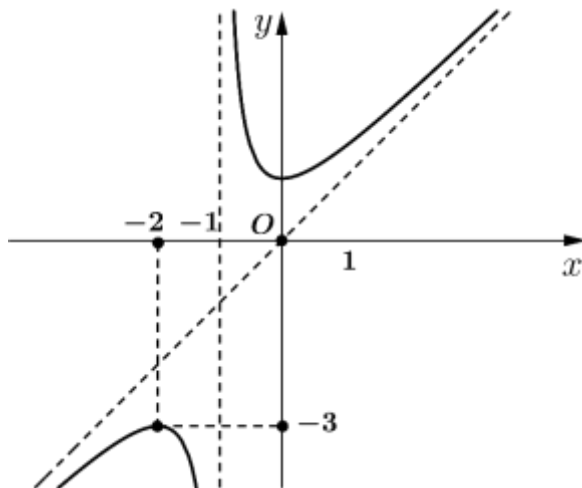
a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus -1$.

b) Ta có: $y' = \frac{-x^2 - 2x}{(x+1)^2}$.

c) Bảng biến thiên của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$	1		
		5		$-\infty$		$-\infty$

d) Đồ thị của hàm số là



Câu 4: Độ cao (mét) của một viên đạn được bắn lên trời từ một vị trí cách mặt đất 20m theo phương thẳng đứng với vận tốc ban đầu $294m/s$ (bỏ qua sức cản của không khí) là $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

- a) Vận tốc ban đầu của viên đạn là $294m/s$.
- b) Vận tốc của viên đạn sau 2 giây là $292m/s$.
- c) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất tại thời điểm $t = 25$ giây.
- d) Viên đạn đạt độ cao lớn nhất là $4430(m)$.

Lời giải

a) Theo bài ra ta có vận tốc ban đầu của viên đạn là $294m/s$, suy ra mệnh đề **đúng**.

b) Vận tốc của viên đạn là $v = h'(t) = 294 - 9,8t(m/s)$.

Do đó vận tốc của viên đạn sau 2 giây là $v(2) = 294 - 9,8 \cdot 2 = 274,4(m/s)$, suy ra mệnh đề **sai**.

c) Vì $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = -4,9 < 0$ nên $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại

$$t = -\frac{b}{2a} = \frac{294}{2 \cdot 4,9} = 30 \text{ (giây)}, \text{ suy ra mệnh đề sai.}$$

d) Vì $h(t) = 20 + 294t - 4,9t^2$ là hàm số bậc hai có hệ số $a = -4,9 < 0$ nên $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại

$$t = -\frac{b}{2a} = \frac{294}{2 \cdot 4,9} = 30 \text{ (giây)}$$

Khi đó độ cao lớn nhất của viên đạn là $h(t) = 20 + 294 \cdot 30 - 4,9 \cdot 30^2 = 4430(m)$

suy ra mệnh đề **đúng**.

PHẦN III. (3.0 điểm) Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. (Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6).

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$\parallel$	$+$	0	$+$

Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Câu 2. Gọi m, n lần lượt là giá trị cực đại và giá trị cực tiểu của hàm số $y = \frac{x^2 + x + 4}{x + 1}$. Tính giá trị biểu thức $P = m^3 + n^3$.

Lời giải

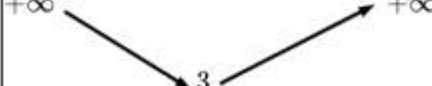
Trả lời: -98

Hàm số đã cho có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có: $y' = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}$ với $x \neq -1$;

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = 1 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số như sau

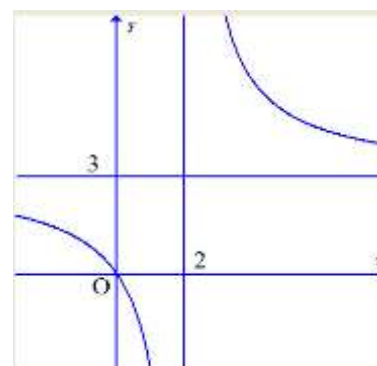
x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y									

Giá trị cực đại của hàm số bằng -5 , giá trị cực tiểu của hàm số bằng 3 .

$$\text{Vậy } P = m^3 + n^3 = (-5)^3 + 3^3 = -98.$$

Câu 3. Cho hàm số $y = \frac{3x+a}{x+b}$ có đồ thị như hình bên

Tính giá trị của $P = 2024a - 25b$



Lời giải

Trả lời: 50

Đồ thị đi qua $(0;0)$ suy ra $a = 0$. Tiệm cận đứng $x = 2 \Rightarrow b = -2$

$$\text{Vậy } P = 2024a - 25b = 50$$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$		
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$			3	5	$-\infty$

Tính $f(3)$.

Câu 5. Anh Tuấn muốn xây dựng một hố ga không có nắp đậy dạng hình hộp chữ nhật có thể tích chữ được 3200cm^3 , tỉ số giữa chiều cao và chiều rộng của hố ga bằng 2. Xác định diện tích đáy của hố ga để khi xây hố tiết kiệm được nguyên liệu nhất.

Lời giải

Trả lời: 160

Gọi x, y, h lần lượt là chiều rộng, chiều dài, chiều cao của hố ga, $(x > 0, y > 0, h > 0, \text{cm})$

$$\text{Ta có: } \frac{h}{x} = 2 \Leftrightarrow h = 2x$$

$$\text{Thể tích hố ga: } V = xyh \Leftrightarrow y = \frac{V}{xh} = \frac{1600}{x^2}$$

Diện tích cần xây dựng hố ga là:

$$S(x) = xy + 2xh + 2yh = x \cdot \frac{1600}{x^2} + 2x2x + x \frac{1600}{x^2} 2x$$

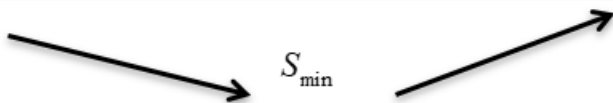
$$= \frac{1600}{x} + 4x^2 + \frac{6400}{x} = 4x^2 + \frac{8000}{x}$$

Câu toán trở thành tìm x để $S(x)$ nhỏ nhất.

$$S'(x) = 8x - \frac{8000}{x^2}$$

$$S'(x) = 0 \Leftrightarrow 8x - \frac{8000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 10$$

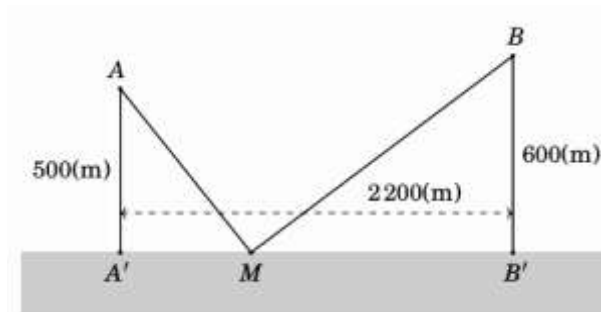
BBT

X	0	10	$+\infty$
$S'(x)$	-	0	+
$S(x)$			

Vậy chiều rộng của hồ ga là 10cm, chiều dài là 16cm.

Vậy diện tích đáy hồ ga nhỏ nhất là: $S = 10.16 = 160cm^2$.

Câu 6. Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông. Khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 550m$, $BB' = 600m$. Người ta đo được $A'B' = 2200m$ như hình vẽ dưới đây. Các kỹ sư muốn xây dựng một trạm cung cấp nước sạch nằm cạnh bên bờ sông cho người dân của hai xã sử dụng. Để tiết kiệm chi phí, các kỹ sư phải chọn một vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó.



Lời giải

Đặt $A'M = x$ ($0 < x < 2200$), $B'M = 2200 - x$

Ta có $AM = \sqrt{x^2 + 500^2}$, $BM = \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$

Khi đó tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là:

$$AM + BM = \sqrt{x^2 + 500^2} + \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + 500^2} + \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$ trên khoảng $(0; 2200)$

$$\text{Đạo hàm } f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 500^2}} - \frac{2200 - x}{\sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}} = 0 \Leftrightarrow x = 1000$$

Bảng biến thiên:

x	0	1000	2200
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	2780	2460	2856

Vậy giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông là khoảng 2460 m, tại vị trí M cách điểm A' là 1000m.