

MA TRẬN ĐỀ THAM KHẢO MÔN TOÁN THI TỐT NGHIỆP THPT NĂM 2026

T T	LỚP	Đơn vị kiến thức	CÁC MỨC ĐỘ NHẬN THỨC									TỔNG SỐ CÂU HỎI			TÒNG ĐIỂM	
			Phần I			Phần II			Phần III							
			Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD		
1	10	Hệ bất phương trình bậc nhất 2 ẩn								1			1	0.50	0.50	
2	11	Lượng giác	1								1			0.25	2.75	
		Dãy số- Cấp số cộng- Cấp số nhân	1								1			0.25		
		Mũ- Lôgarit	1								1			0.25		
		Hình học không gian	2							1	2		1	1.00		
		Lý thuyết đồ thị									1		1	0.50		
		Xác suất cổ điển									1		1	0.50		
2	12	Xác suất có điều kiện				2	1	1				2	1	1	1.00	6.75
		Hàm số	1			2	2				1	3	2	1	1.75	
		Vectơ trong không gian		1									1		0.25	
		Nguyên hàm- Tích phân	2			1	2	1			1	3	2	2	2.00	
		Thống kê mẫu số liệu ghép nhóm		1									1		0.25	
		Hình học không gian Oxyz	2			1	2	1				3	2	1	1.50	
TỔNG			10	2	0	6	7	3	0	0	6	16	9	9	10.00	
			3			4			3							

1. Ma trận đề thi Tốt nghiệp THPT môn Toán 2026

Đề thi môn Toán năm 2026 sẽ có 3 phần chính với tổng cộng 22 câu hỏi trắc nghiệm được chia thành:

1.1. Cấu trúc đề thi:

- Phần I – Trắc nghiệm nhiều lựa chọn (12 câu, 4 đáp án, chọn 1 đáp án đúng).
- Phần II – Trắc nghiệm đúng/sai (4 câu, mỗi câu có 4 ý nhỏ, thí sinh chọn Đúng/Sai cho từng ý).
- Phần III – Trắc nghiệm trả lời ngắn (6 câu, thí sinh tự điền đáp số).

1.2. Phân bổ kiến thức theo hai phương án ma trận đề:

Phương án 1 – Nhấn mạnh nội dung Đại số & Giải tích

- Đại số và Giải tích: 45%
- Hình học và Đo lường: 40%
- Thống kê và Xác suất: 15%

Phương án 2 – Tăng trọng số của Thống kê & Xác suất

- Đại số và Giải tích: 45%
- Hình học và Đo lường: 35%
- Thống kê và Xác suất: 20%

Điểm mới: Đề thi năm 2025 sẽ có 20-30% câu hỏi liên quan đến ứng dụng thực tế, giúp đánh giá khả năng mô hình hóa và giải quyết vấn đề của học sinh.

2. Cách tính điểm môn Toán trong kỳ thi Tốt nghiệp THPT 2026

Điểm bài thi môn Toán năm 2026 sẽ được tính dựa trên tổng điểm của 22 câu trắc nghiệm với cơ chế chấm điểm linh hoạt tùy theo từng dạng câu hỏi.

- Câu hỏi trắc nghiệm nhiều lựa chọn (12 câu): 0,25 điểm/câu.
- Câu hỏi trắc nghiệm đúng/sai (4 câu, mỗi câu 4 ý): 1 điểm/câu
Đúng 1 ý: 0,1 điểm.
Đúng 2 ý: 0,25 điểm.
Đúng 3 ý: 0,5 điểm.

Đúng cả 4 ý: 1 điểm.

- Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn (6 câu): 0,5 điểm/câu. Câu trả lời phải hoàn toàn chính xác mới được tính điểm.

ĐỀ THI THAM KHẢO
(Đề thi có 04 trang)

Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề thi: 0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Biết $\int_1^3 f(x)dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x)dx$ bằng

- A. 5. B. 6. C. 9. D. $\frac{3}{2}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 2; 1)$ và có một vector pháp tuyến $\vec{n} = (5; 2; -3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $5x + 2y - 3z - 17 = 0$. B. $2x + 2y + z - 11 = 0$.
C. $5x + 2y - 3z - 11 = 0$. D. $2x + 2y + z - 17 = 0$.

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_5 bằng

- A. 486 B. 162 C. 83 D. 243

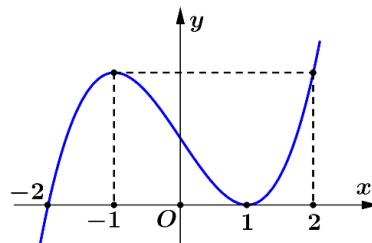
Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \leq 4$ là

- A. $(-\infty; 2]$. B. $[0; 2]$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(0; 2)$.

Câu 5. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - 1$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ quanh trục Ox được tính bằng công thức:

- A. $V = \int_1^2 (3x - 1)^2 dx$. B. $V = \pi \int_1^2 (3x - 1)^2 dx$. C. $V = \int_1^2 (3x - 1) dx$. D. $V = \pi \int_1^2 (3x - 1) dx$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng



- A. -2. B. -1. C. 0. D. 1.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy bằng nhau và $ABCD$ là hình vuông tâm O . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $SA \perp (ABCD)$. B. $SO \perp (ABCD)$. C. $AB \perp (SBC)$. D. $AC \perp (SBC)$.

Câu 8. Bạn An rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[45;50)
Số ngày	6	6	4	1	1

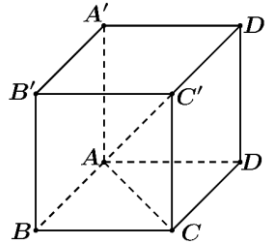
Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 31,25. B. 31,26. C. 5,4. D. 5,6.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$?

- A. $Q(-1; 1; 3)$. B. $P(1; 2; 5)$. C. $M(1; 1; 3)$. D. $N(1; 5; 2)$.

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Câu 11. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại A : $AB = 3$; $AC = 4$ và $AA' = 5$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 30. B. 60. C. 20. D. 18.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

- A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 20$.

- a) Hàm số đã cho có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 12x - 15$.
b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 20.
c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$.
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-4; +\infty)$ bằng -80.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$, hướng chuyển động cùng với hướng véc tơ $\vec{u}$ với tốc độ là 4,5 (m/s); (đơn vị trên mỗi trục là mét).

a) Phương trình tham số của đường cáp là: $\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, (t \in \mathbb{R})$.

b) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 30° .

c) Giả sử sau thời gian t (s) kể từ khi xuất phát ($t \geq 0$) cabin đến điểm M . Khi đó tọa độ điểm M là $\left(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2} \right)$.

d) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$ khi đó quãng đường AB dài 800m.

Câu 3. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200m, tốc độ của ô tô là 36km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây tăng tốc và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc, sau 24s đó ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong 24 giây đầu trong thời gian còn lại trên cao tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180m.

b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm nhập làn là 72 km/h.

c) Quãng đường mà ô tô đi được trong thời gian 30 giây kể từ khi ô tô cách điểm nhập làn 200m là 620m.

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong vòng 5s thì phát hiện chướng ngại vật cách đó 300m, người điều khiển lập tức đạp phanh và ô tô chuyển động chậm dần đều với $a(t) = -3 \text{ (m/s}^2\text{)}$. Khi đó ô tô dừng lại cách chướng ngại vật 10m.



Câu 4. Nghiên cứu số bệnh nhân bị bệnh X trong một bệnh viện, người ta thấy rằng có 2 nguyên nhân gây ra bệnh X là do nhiễm một trong hai chủng virus V19 và virus V20. Bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19 chiếm 70% số bệnh nhân và nhiễm bệnh X do chủng virus V20 là 30%. Trong những bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19 thì có 30% bị biến chứng, trong những bệnh nhân bị nhiễm bệnh X do chủng virus V20 thì có 50% bị biến chứng. Rút ngẫu nhiên một bệnh án của bệnh nhân nhiễm bệnh X, các phát biểu sau đúng hay sai?

a) Xác suất của nhiễm bệnh X do chủng virus V19 bị biến chứng là 0,3.

b) Xác suất của nhiễm bệnh X do chủng virus V20 bị biến chứng là 0,5.

c) Xác suất của bệnh án bị biến chứng là 32%.

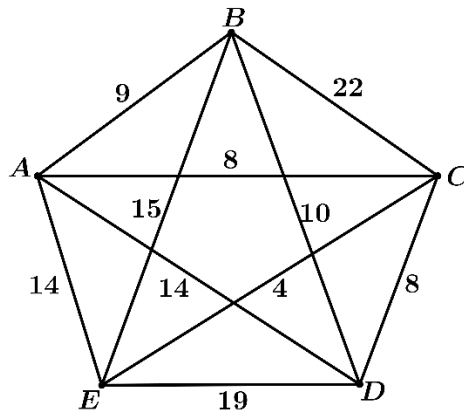
d) Biết rằng bệnh án rút ra bị biến chứng, xác suất bệnh án đó của bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19 là $\frac{7}{12}$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 300 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 300$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -2x^2 + 1312x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x^2 - 77x + 1000 + \frac{40000}{x}$ (nghìn đồng). Lợi nhuận thu được của doanh nghiệp (tính theo đơn vị triệu đồng) đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 2. Bác Bình có một mảnh đất rộng 6 ha. Bác dự tính trồng cà chua và bắp cho mùa vụ sắp tới. Nếu trồng bắp thì bác Bình cần mười ngày để trồng một ha. Nếu trồng cà chua thì bác Bình cần hai mươi ngày để trồng một ha. Biết rằng mỗi ha bắp sau thu hoạch bán được 30 triệu đồng, mỗi ha cà chua sau thu hoạch bán được 50 triệu đồng và bác Bình chỉ còn 100 ngày để canh tác cho kịp mùa vụ. Số tiền nhiều nhất mà bác Bình có thể thu được sau mùa vụ này là bao nhiêu (kết quả theo đơn vị triệu đồng)?

Câu 3. Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 5 trụ A, B, C, D, E với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thỏa mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AC = 10\sqrt{3}$, góc $ABC = 30^\circ$, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 5. Có hai hộp đựng bi, các viên bi có cùng kích thước và cùng khối lượng. Hộp I đựng 9 viên bi mỗi viên bi đánh một số là $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$; Hộp II đựng 8 viên bi mỗi viên bi đánh một số là $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8$. Bạn Hoa và Bình tham gia trò chơi như sau: Bạn Hoa chọn ngẫu nhiên ba viên bi trong hộp I và sắp xếp các số trên viên bi theo thứ tự giảm dần để tạo thành một số gồm ba chữ số. Bạn Bình chọn ngẫu nhiên ba viên bi trong hộp II và sắp xếp các số trên viên bi theo thứ tự giảm dần để tạo thành một số gồm ba chữ số. Hoa sẽ là người thắng cuộc nếu số của Hoa lớn hơn số của Bình. Biết xác suất Hoa là người thắng cuộc là $\frac{a}{b}$, $a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}^*$; $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $T = a + 2b$?

Câu 6. Một công ty hóa chất có một bồn chứa dạng hình nón cụt làm bằng thép, bồn có chiều cao là 4 mét, bán kính đáy dưới là 1 mét và bán kính đáy trên là 3 mét. Giả sử bồn đang trống, người ta bắt đầu bơm một loại dung dịch vào bồn với tốc độ không đổi là $0,5m^3/phút$. Hỏi sau bao lâu (giây) kể từ khi bắt đầu bơm, mực nước trong bồn đạt độ cao 2 mét? (kết quả đến chữ số hàng phần mười).

----- **HẾT** -----

ĐÁP ÁN, HƯỚNG DẪN CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Đáp án	B	C	B	A	B	C	B	D	D	A	A	D

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai.

Điểm tối đa của 01 câu hỏi là **1 điểm**

- Thí sinh lựa chọn chính xác 01 ý trong 1 câu hỏi được **0,1** điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 02 ý trong 1 câu hỏi được **0,25** điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác 03 ý trong 1 câu hỏi được **0,5** điểm.
- Thí sinh lựa chọn chính xác cả 04 ý trong 1 câu hỏi được **1,0** điểm.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a) Đ	a) Đ	a) Đ	a) Đ
b) Đ	b) S	b) Đ	b) Đ
c) S	c) Đ	c) Đ	c) S
d) Đ	d) S	d) S	d) Đ

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

(Mỗi câu trả lời đúng thí sinh được **0,5 điểm**)

Câu	1	2	3	4	5	6
Đáp án	38	260	45	13,4	149	29,3

LỜI GIẢI CHI TIẾT

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Biết $\int_1^3 f(x)dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x)dx$ bằng

- A. 5. B. 6. C. 9. D. $\frac{3}{2}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \int_1^3 2f(x)dx = 2 \int_1^3 f(x)dx = 2.3 = 6.$$

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 2; 1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (5; 2; -3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $5x + 2y - 3z - 17 = 0$. B. $2x + 2y + z - 11 = 0$.
C. $5x + 2y - 3z - 11 = 0$. D. $2x + 2y + z - 17 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) qua điểm $M(2; 2; 1)$, có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (5; 2; -3)$ nên có phương trình $5(x-2) + 2(y-2) - 3(z-1) = 0 \Leftrightarrow 5x + 2y - 3z - 11 = 0$.

Câu 3. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị của u_5 bằng

- A. 486 B. 162 C. 83 D. 243

Lời giải

Ta có: $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 2 \cdot 3^4 = 162$

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x \leq 4$ là

- A.** $(-\infty; 2]$. **B.** $[0; 2]$. **C.** $(-\infty; 2)$. **D.** $(0; 2)$.

Lời giải

Ta có $2^x \leq 4 \Leftrightarrow x \leq \log_2 4 \Leftrightarrow x \leq 2$ nên tập nghiệm bất phương trình là $S = (-\infty; 2]$.

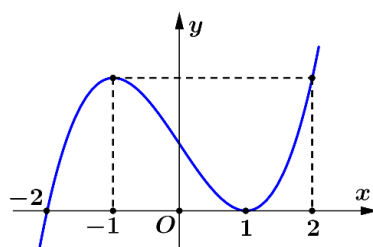
Câu 5. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - 1$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ quanh trục Ox được tính bằng công thức

- A.** $V = \int_1^2 (3x-1)^2 dx$. **B.** $V = \pi \int_1^2 (3x-1)^2 dx$. **C.** $V = \int_1^2 (3x-1) dx$. **D.** $V = \pi \int_1^2 (3x-1) dx$.

Lời giải

Thể tích khối tròn xoay: $V = \pi \int_1^2 (3x-1)^2 dx$

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2; 2]$ bằng



- A.** -2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Trên đoạn $[-2; 2]$, giá trị nhỏ nhất hàm số bằng $f(1) = 0$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bên và cạnh đáy bằng nhau và $ABCD$ là hình vuông tâm O . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** $SA \perp (ABCD)$. **B.** $SO \perp (ABCD)$. **C.** $AB \perp (SBC)$. **D.** $AC \perp (SBC)$.

Lời giải

Vì $SA = SC$ và O là trung điểm AC nên $SO \perp AC$; Vì $SB = SD$ và O là trung điểm BD nên $SO \perp BD$

Do đó $SO \perp (ABCD)$.

Câu 8. Bạn An rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20; 25)$	$[25; 30)$	$[30; 35)$	$[35; 40)$	$[45; 50)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A.** 31,25. **B.** 31,26. **C.** 5,4. **D.** 5,6.

Lời giải

Giá trị trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $\bar{x} = \frac{22,5 \cdot 6 + 27,5 \cdot 6 + \dots + 42,5 \cdot 1}{18} = \frac{85}{3}$.

Độ lệch chuẩn mẫu số liệu ghép nhóm là

$$s = \sqrt{s^2} = \sqrt{\frac{(22,5 - \bar{x})^2 \cdot 6 + (27,5 - \bar{x})^2 \cdot 6 + \dots + (42,5 - \bar{x})^2 \cdot 1}{18}} = \sqrt{\frac{125}{4}} \approx 5,6$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với 5,6

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 5 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$?

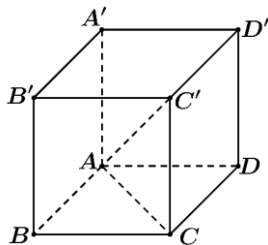
- A. $Q(-1; 1; 3)$. B. $P(1; 2; 5)$. C. $M(1; 1; 3)$. D. $N(1; 5; 2)$.

Lời giải

Thay tọa độ N vào phương trình đường thẳng d , ta có: $\begin{cases} 1 = 1 - t \\ 5 = 5 + t \\ 2 = 2 + 3t \end{cases} \Rightarrow t = 0$.

Do đó điểm $N \in d$. Dễ dàng chứng minh được các điểm còn lại không thuộc d .

Câu 10. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Giá trị sin của góc giữa đường thẳng AC' và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:



- A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Ta có: AC' là đường chéo hình lập phương $ABCD.A'B'C'D' \Rightarrow AC' = AB\sqrt{3}$.

Vì $\begin{cases} CC' \perp (ABCD) \\ AC' \cap (ABCD) = A \end{cases}$; suy ra góc $(AC', (ABCD)) = (AC', AC) = C'AC$ (góc nhọn); trong đó

$$\sin C'AC = \frac{CC'}{AC'} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \text{ nên } \sin(AC', (ABCD)) = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

Câu 11. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tam giác ABC vuông tại A : $AB = 3$; $AC = 4$ và $AA' = 5$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

- A. 30. B. 60. C. 20. D. 18.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ là: $V = S_{\triangle ABC} \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC \cdot AA' = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 = 30$

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

- A. $x = -\frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. B. $x = \frac{\pi}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
C. $x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$. D. $x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\cos x = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{4} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 20$.

- a) Hàm số đã cho có đạo hàm $f'(x) = 3x^2 - 12x - 15$.
b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 20.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cup (5; +\infty)$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-4; +\infty)$ bằng -80 .

Lời giải

a) Đúng

b) Đúng: Thay $x = 0$ suy ra $f(0) = 20$

b) Sai: Hàm số phải đồng biến trên một miền liên tục

d) Đúng: Ta có $f'(x) = 3x^2 - 12x - 15 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}$

Bảng biến thiên của hàm số trên khoảng $(4; +\infty)$:

x	-4	-1	5	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	20	-80	$+\infty$	

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-4; +\infty)$ bằng -80 .

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10; 3; 0)$ và chuyển động đều theo đường cáp có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (2; -2; 1)$, hướng chuyển động cùng với hướng véc tơ $\vec{u}$ với tốc độ là $4,5$ (m/s); (đơn vị trên mỗi trục là mét).

a) Phương trình tham số của đường cáp là:
$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R}).$$

b) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc 30° .

c) Giả sử sau thời gian t (s) kể từ khi xuất phát ($t \geq 0$) cabin đến điểm M . Khi đó tọa độ điểm M là $\left(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2} \right)$.

d) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$ khi đó quãng đường AB dài 800 m.

Trả lời

a) **Đúng.** Phương trình tham số của đường thẳng d qua $A(10; 3; 0)$ và có VTCP $\vec{u} = (2; -2; 1)$ là:

$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases}, \quad (t \in \mathbb{R})$$

b) **Sai.** Ta có $\overrightarrow{u_{AB}} = (2; -2; 1)$

Mặt phẳng $(Oxy): z = 0$ suy ra VTPT $\vec{n} = (0; 0; 1)$

Gọi α là góc giữa đường cáp AB và (Oxy) ta có $\sin \alpha = \frac{|\vec{u} \cdot \vec{n}|}{|\vec{u}| |\vec{n}|} = \frac{1}{3}$.

c) **Đúng.** Ta có độ dài $AM = vt$. Vì M thuộc đường thẳng d nên $M(10 + 2m; 3 - 2m; m)$.

Vậy $\overrightarrow{AM} = (2m; -2m; m)$ mà $\overrightarrow{AM}$ cùng hướng với véc tơ $\vec{u}$ có $m \geq 0$. Suy ra $AM = 3m$.

Vậy $3m = 4,5t$ suy ra $m = 1,5t$. Vậy $\left(3t + 10; -3t + 3; \frac{3t}{2} \right)$

d) Sai. Từ ý b, thấy khi $x_B = 550$ tức là $3t = 10 = 550 \Rightarrow t = 180(s)$

Vậy $AB = vt = 4,5.180 = 810 (m)$.

Câu 3. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200m, tốc độ của ô tô là 36km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t) = at + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây tăng tốc và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc, sau 24s đó ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong 24 giây đầu trong thời gian còn lại trên cao tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180m,

b) Vận tốc của ô tô tại thời điểm nhập làn là 72 km/h.

c) Quãng đường mà ô tô đi được trong thời gian 30 giây kể từ khi ô tô cách điểm nhập làn 200m là 620m.

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, ô tô duy trì tốc độ cao nhất trong vòng 5s thì phát hiện chướng ngại vật cách đó 300m, người điều khiển lập tức đạp phanh và ô tô chuyển động chậm dần đều với $a(t) = -3(m/s^2)$. Khi đó ô tô dừng lại cách chướng ngại vật 10m.



Lời giải

a) Quãng đường ô tô đi được trong 2 giây với vận tốc 36km/h = 10m/s là $2.10 = 20$ m

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc là $200 - 20 = 180$ m.

Do đó ý a) đúng.

b) Ta có vận tốc của ô tô khi bắt đầu tăng tốc là $v(t) = at + b$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$).

Gọi $t = 0$ là thời điểm ô tô bắt đầu tăng tốc thì ta có $v(0) = 10m/s \Leftrightarrow b = 10$ (1)

Ô tô nhập làn sau 12 giây tăng tốc nên ta có quãng đường ô tô đi được từ khi tăng tốc đến khi nhập làn

$$\text{được tính là } S = \int_0^{12} v(t) dt = \int_0^{12} (at + 10) dt = \left(\frac{at^2}{2} + 10t \right) \Big|_0^{12} = 72a + 120$$

Mà $S = 180$ nên ta có $a = \frac{5}{6}$.

$$\text{Vậy } v(t) = \frac{5}{6}t + 10$$

Vận tốc của ô tô tại thời điểm nhập làn là $v(12) = \frac{5}{6}.12 + 10 = 20m/s = 72 \text{ km/h}$.

Do đó ý b) đúng.

c) Trước khi tăng tốc ô tô đi được 20m trong 2 giây đầu.

Sau khi nhập làn ô tô duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc nên ta có quãng đường

$$\text{ô tô đi được trong 24 giây đó là } S_1 = \int_0^{24} \left(\frac{5}{6}t + 10 \right) dt = 480m.$$

Sau 24 giây từ khi tăng tốc ô tô duy trì vận tốc cao nhất là $v(24) = \frac{5}{6}.24 + 10 = 30m/s$ nên quãng đường đi được sau 4 giây tiếp theo là $30.4 = 120$ m.

Vậy quãng đường ô tô đi được trong 30 giây kể từ khi ô tô cách điểm nhập làn 200m là $20 + 480 + 120 = 620$ m.

Do đó ý c) đúng.

d) Vận tốc cao nhất của ô tô trong 5 giây là 30m/s nên quãng đường đi được là $30.5 = 150$ m

Vận tốc của ô tô chuyển động chậm dần đều do đạp phanh là $v(t) = \int a(t) dt = \int -3dt = -3t + C$

Gọi thời điểm ô tô bắt đầu đạp phanh là $t = 0$ thì ta có $v(0) = 30 \Rightarrow C = 30$.

Nên ta có $v(t) = -3t + 30$.

Khi ô tô dừng hẳn $v(t) = 0 \Leftrightarrow -3t + 30 = 0 \Leftrightarrow t = 10$.

Quãng đường ô tô đi được kể từ khi đạp phanh là $S = \int_0^{10} v(t) dt = \int_0^{10} (-3t + 30) dt = 150 \text{ m}$.

Vậy ô tô dừng cách chướng ngại vật là $300 - 150 = 150 \text{ m}$.

Do đó ý d) sai.

Câu 4. Nghiên cứu số bệnh nhân bị bệnh X trong một bệnh viện, người ta thấy rằng có 2 nguyên nhân gây ra bệnh X là do nhiễm một trong hai chủng virus V19 và virus V20. Bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19 chiếm 70% số bệnh nhân và nhiễm bệnh X do chủng virus V20 là 30%. Trong những bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19 thì có 30% bị biến chứng, trong những bệnh nhân bị nhiễm bệnh X do chủng virus V20 thì có 50% bị biến chứng. Rút ngẫu nhiên một bệnh án của bệnh nhân nhiễm bệnh X, các phát biểu sau đúng hay sai?

a) Xác suất của nhiễm bệnh X do chủng virus V19 bị biến chứng là 0,3.

b) Xác suất của nhiễm bệnh X do chủng virus V20 bị biến chứng là 0,5.

c) Xác suất của bệnh án bị biến chứng là 32%.

d) Biết rằng bệnh án rút ra bị biến chứng, xác suất bệnh án đó của bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19 là $\frac{7}{12}$.

Lời giải

Đáp án : A Đúng, B Đúng, C Sai, D Đúng.

Gọi A là biến cố bệnh án rút ra bị biến chứng.

Gọi B là biến cố bệnh án rút ra của bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19.

Khi đó $\bar{B}$ là biến cố bệnh án rút ra của bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V20.

Theo đề:

- Xác suất bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19 là : $P(B) = 0,7$.
- Xác suất bị biến chứng trong nhiễm bệnh X do chủng virus V19 là $30\% = 0,3$
 $\Rightarrow P(A|B) = 0,3 \Rightarrow A$ đúng.
- Xác suất bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V20 là $P(\bar{B}) = 0,3$.
- Xác suất bị biến chứng trong nhiễm bệnh X do chủng virus V20 là $50\% = 0,5$
 $\Rightarrow P(A|\bar{B}) = 0,5 \Rightarrow B$ đúng.

Xác suất biến bệnh án bị biến chứng:

$$P(A) = P(B).P(A|B) + P(\bar{B}).P(A|\bar{B}) = 0,3.0,7 + 0,3.0,5 = 0,36 \Rightarrow C \text{ sai.}$$

Xác suất của bệnh án bị biến chứng là của bệnh nhân nhiễm bệnh X do chủng virus V19:

$$P(B|A) = \frac{P(B).P(A|B)}{P(A)} = \frac{0,7.0,3}{0,36} = \frac{7}{12} \Rightarrow D \text{ đúng.}$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 300 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm ($1 \leq x \leq 300$) thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = -2x^2 + 1312x$ (nghìn đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x^2 - 77x + 1000 + \frac{40000}{x}$ (nghìn đồng). Lợi nhuận thu được của doanh nghiệp (tính theo đơn vị triệu đồng) đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Đáp án: 38 (triệu đồng)

Lời giải. Chi phí sản xuất cho x sản phẩm là $xG(x) = x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000$ (nghìn đồng).

Lợi nhuận thu được của doanh nghiệp:

$$h(x) = -2x^2 + 1312x - (x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000) = -x^3 + 75x^2 + 312x - 40000 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Ta có: $h'(x) = -3x^2 + 150x + 312$.

Xét $h'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 52 \\ x = -2 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	1	52	300	
$h'(x)$		+	0	-
$h(x)$			38416	

Vậy lợi nhuận lớn nhất của doanh nghiệp đạt 38 triệu đồng.

Câu 2. Bác Bình có một mảnh đất rộng 6 ha. Bác dự tính trồng cà chua và bắp cho mùa vụ sắp tới. Nếu trồng bắp thì bác Bình cần mười ngày để trồng một ha. Nếu trồng cà chua thì bác Bình cần hai mươi ngày để trồng một ha. Biết rằng mỗi ha bắp sau thu hoạch bán được 30 triệu đồng, mỗi ha cà chua sau thu hoạch bán được 50 triệu đồng và bác Bình chỉ còn 100 ngày để canh tác cho kịp mùa vụ. Số tiền nhiều nhất mà bác Bình có thể thu được sau mùa vụ này là bao nhiêu (kết quả theo đơn vị triệu đồng)?

Lời giải

Đáp số: 260

Gọi diện tích bác Bình trồng bắp là x ($x \geq 0$). Số ngày công trồng bắp là $10x$

Gọi diện tích bác Bình trồng cà chua là y ($y \geq 0$). Số ngày công trồng cà chua là $20y$

Số tiền bác Bình thu được khi canh tác 6 ha đất trong 100 ngày là $30x + 50y$ (triệu đồng)

Dựa vào dữ kiện của đề bài ta có hệ bất phương trình

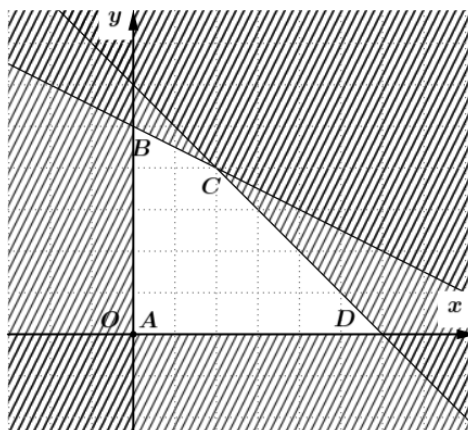
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 6 \\ 10x + 20y \leq 100 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0(1) \\ y \geq 0(2) \\ x + y - 6 \leq 0(3) \\ x + 2y - 10 \leq 0(4) \end{cases}$$

Ta vẽ các đường thẳng $(d_1): x = 0, (d_2): y = 0, (d_3): x + y - 6 = 0, (d_4): x + 2y - 10 = 0$ trên cùng hệ trục tọa độ

Lấy điểm $M(1;1)$ ta thấy $M(1;1) \in (1), M(1;1) \in (2), M(1;1) \in (3), M(1;1) \in (4)$. Ta gạch bỏ các phần không chứa điểm $M(1;1)$ của mặt phẳng có bờ là đường thẳng $d(1), d(2), d(3), (d_4)$. Ta được miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền trong và viền của đa giác $ABCD$

$$(d_1) \cap (d_2) = A(0;0), (d_1) \cap (d_3) = D(6;0),$$

$$(d_2) \cap (d_4) = B(0;5), (d_3) \cap (d_4) = C(2;4)$$



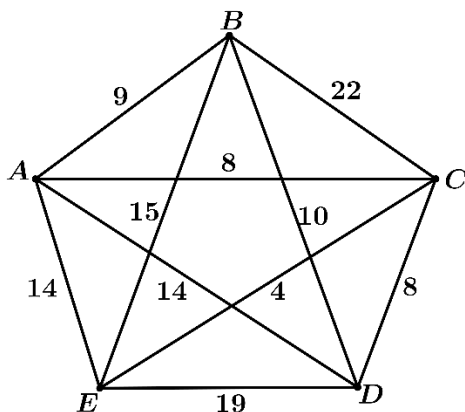
Với $A(0;0)$ Số tiền bác Bình thu được là: $30.0 + 50.0 = 0$ triệu

Với $B(0;5)$ Số tiền bác Bình thu được là: $30.0 + 50.5 = 250$ triệu

Với $C(2;4)$ Số tiền bác Bình thu được là: $30.2 + 50.4 = 260$ triệu

Với $D(6;0)$ Số tiền bác Bình thu được là: $30.6 + 50.0 = 180$ triệu

Câu 3. Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 5 trụ A, B, C, D, E với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Lời giải

Đáp số: 45

Xuất phát từ A thì đường đi ít thử thách nhất là AC nên AC có 8 thử thách

Từ C thì đường đi ít thử thách nhất là CE nên CE có 4 thử thách

Từ E thì đường đi ít thử thách nhất là EB nên EB có 15 thử thách

Từ B thì đường đi ít thử thách nhất là BD nên BD có 10 thử thách

Đến đây ta quay về A nên DA có 14 thử thách.

Vậy đường đi $ACEBDA$ có tổng số thử thách là: $8 + 4 + 15 + 10 + 14 = 51$

Tương tự xuất phát từ những trụ khác ta có các đường đi sau:

Đường đi $BACEDB$ có tổng số thử thách là: $9 + 8 + 4 + 19 + 10 = 50$

Đường đi $CEABDC$ có tổng số thử thách là: $4 + 14 + 9 + 10 + 8 = 45$

Đường đi $DCEABD$ có tổng số thử thách là: $8 + 4 + 14 + 9 + 10 = 45$

Đường đi $ECABDE$ có tổng số thử thách là: $4 + 8 + 9 + 10 + 19 = 50$

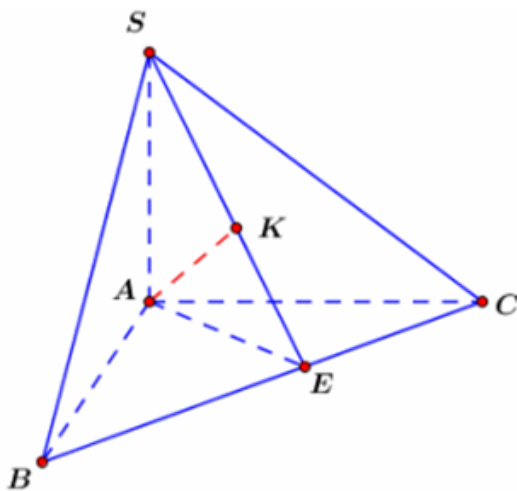
Đường đi $ECDBAE$ có tổng số thử thách là: $4 + 8 + 10 + 9 + 14 = 45$

Vậy tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là: 45.

Câu 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $AC = 10\sqrt{3}$, góc $ABC = 30^\circ$, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Đáp số: 13,4



Kẻ $AE \perp BC, AK \perp SE (E \in BC, K \in SE)$.

Chứng minh $AK \perp (SBC) \Rightarrow AK = d(A, (SBC))$.

Xét tam giác SAE vuông tại A ta có:

$$AK = \frac{SA \cdot AE}{\sqrt{SA^2 + AE^2}}.$$

Tính SA, AE :

Xét hai tam giác vuông ABC và SAC : $AB = SA = 30$.

Xét tam giác vuông ABC : $AE = 15$.

$$\Rightarrow d(A, (SBC)) = HK = \frac{30}{\sqrt{5}} \approx 13,4.$$

Câu 5. Có hai hộp đựng bi, các viên bi có cùng kích thước và cùng khối lượng. Hộp I đựng 9 viên bi mỗi viên bi đánh một số là 1,2,3,4,5,6,7,8,9; Hộp II đựng 8 viên bi mỗi viên bi đánh một số là 1,2,3,4,5,6,7,8. Bạn Hoa và Bình tham gia trò chơi như sau: Bạn Hoa chọn ngẫu nhiên ba viên bi trong hộp I và sắp xếp các số trên viên bi theo thứ tự giảm dần để tạo thành một số gồm ba chữ số. Bạn Bình chọn ngẫu nhiên ba viên bi trong hộp II và sắp xếp các số trên viên bi theo thứ tự giảm dần để tạo thành một số gồm ba chữ số. Hoa sẽ là người thắng cuộc nếu số của Hoa lớn hơn số của Bình. Biết xác suất Hoa là người thắng cuộc là $\frac{a}{b}, a \in \mathbb{N}, b \in \mathbb{N}^*; \frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của $T = a + 2b$?

Lời giải

Đáp số: 149

Xét hai trường hợp

Trường hợp 1: Hoa chọn được bi số 9.

Trong trường hợp này số của Hoa chắc chắn lớn hơn số của Bình.

Xác suất Hoa chọn được bi số 9 là $\frac{C_8^2}{C_9^3} = \frac{1}{3}$.

Trường hợp 2. Hoa không chọn được số 9.

Xác suất để Hoa không chọn được số 9 là $\frac{C_8^3}{C_9^3} = \frac{2}{3}$.

Trong trường hợp này Hoa chọn số cùng tập với Bình nên xác suất Hoa chọn được số lớn hơn cũng bằng xác suất Bình chọn được số lớn hơn.

Ta tính xác suất để 2 bạn chọn được cùng số:

- Số cách chọn của hai bạn là: $C_8^3 \cdot C_8^3$

- Số cách để Hoa chọn được ba số bất kỳ là C_8^3 ; Ứng với mỗi cách chọn của Hoa thì Bình chỉ có một cách chọn để giống Hoa nên số cách hai người chọn được số giống nhau là C_8^3

Vậy, xác suất để 2 bạn chọn được cùng số là $\frac{C_8^3}{C_8^3 \cdot C_8^3} = \frac{3!}{8 \cdot 7 \cdot 6} = \frac{1}{56}$ nên xác suất để Hoa chọn được số

$$\text{lớn hơn là: } \frac{1 - \frac{1}{56}}{2} = \frac{55}{112}.$$

$$\text{Do đó xác suất trong trường hợp này là } \frac{2}{3} \cdot \frac{55}{112} = \frac{55}{168}.$$

$$\text{Vậy, xác suất cần tìm là } \frac{1}{3} + \frac{55}{168} = \frac{37}{56}.$$

$$\text{Khi đó: } a + 2b = 37 + 2 \cdot 56 = 149.$$

Câu 6. Một công ty hóa chất có một bồn chứa dạng hình nón cụt làm bằng thép, bồn có chiều cao là 4 mét, bán kính đáy dưới là 1 mét và bán kính đáy trên là 3 mét. Giả sử bồn đang trống, người ta bắt đầu bơm một loại dung dịch vào bồn với tốc độ không đổi là $0,5m^3/phút$. Hỏi sau bao lâu (giờ) kể từ khi bắt đầu bơm, mực nước trong bồn đạt độ cao 2 mét? (kết quả đến chữ số hàng phần mười).

Giải

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;0)$ và $B(3;4)$ có phương trình $AB: x = \frac{1}{2}y + 1$

$$\text{Thể tích bồn chứa là } V = \pi \int_0^4 \left(\frac{1}{2}y + 1 \right)^2 dy = \frac{52\pi}{3}$$

Gọi h là độ cao mực nước ($0 \leq h \leq 4$)

$$\text{Thể tích dung dịch tại độ cao } h \text{ là: } V(h) = \pi \int_0^h \left(\frac{1}{2}y + 1 \right)^2 dy = \pi \left(\frac{1}{12}h^3 + \frac{1}{2}h^2 + h \right)$$

$$\text{Thể tích dung dịch tại độ cao } 2m \text{ là: } V(2) = \pi \left(\frac{1}{12}2^3 + \frac{1}{2}2^2 + 2 \right) = \frac{14\pi}{3}.$$

$$\text{Thời gian cần thiết là: } t = \frac{V(2)}{0,5} \approx 29,3 \text{ (phút)}$$

----- HẾT -----