

BÀI TẬP ÔN CHƯƠNG 6

Phần 1. Câu hỏi trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Mỗi câu hỏi, thí sinh chỉ chọn 1 phương án.

Câu 1: Viết dưới dạng lũy thừa biểu thức sau đây $P = a^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{a^8}$ ($a > 0$)

- A. $P = a^{\frac{13}{3}}$. B. $P = a^{\frac{40}{3}}$. C. $P = a^{-1}$. D. $P = a^{\frac{40}{9}}$.

Lời giải

Ta có $P = a^{\frac{5}{3}} : \sqrt[3]{a^8} = a^{\frac{5}{3}} : a^{\frac{8}{3}} = a^{-1}$.

Câu 2: Có bao nhiêu số thực dương n khác 1 để $\log_n 81$ là một số nguyên?

- A. 6. B. 3. C. 4. D. 5.

Lời giải

Ta có: $\log_n 81 = \log_n 3^4 = 4 \log_n 3 = \frac{4}{\log_3 n}$.

Để $\log_n 81$ là một số nguyên thì $\log_3 n \in \{\pm 1; \pm 2; \pm 4\} \Leftrightarrow n \in \left\{ \frac{1}{3}; 3; \frac{1}{9}; 9; \frac{1}{81}; 81 \right\}$

Vậy có tất cả 6 số thực dương n khác 1 thỏa mãn điều kiện bài toán.

Câu 3: Cho biểu thức $P = \log_a b^5 + \log_{a^3} b^6$ trong đó a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1. Khi đó mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. $P = 23 \log_a b$. B. $P = 11 \log_a b$. C. $P = 7 \log_a b$. D. $P = 15 \log_a b$.

Lời giải

Ta có:

$$P = \log_a b^5 + \log_{a^3} b^6 = 5 \log_a b + 6 \cdot \frac{1}{3} \cdot \log_a b = 7 \log_a b.$$

Câu 4: Cho hàm số mũ $y = (9 - 2a)^x$ với a là tham số. Có bao nhiêu số tự nhiên a để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 5.

Lời giải

Hàm số $y = (9 - 2a)^x$ đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow 9 - 2a > 1 \Leftrightarrow a < 4$

Mà $a \in \mathbb{N} \Rightarrow a \in \{0; 1; 2; 3\}$

Vậy có 4 giá trị của a thỏa mãn.

Câu 5: Tính tổng T tất cả các nghiệm của phương trình $e^{x^2-3x} = \frac{1}{e^2}$.

- A. $T = 3$. B. $T = 1$. C. $T = 2$. D. $T = 0$

Lời giải

$$\text{Ta có } e^{x^2-3x} = \frac{1}{e^2} \Leftrightarrow e^{x^2-3x} = e^{-2} \Leftrightarrow x^2 - 3x = -2 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \end{cases}$$

Tập nghiệm của phương trình là $S = \{1; 2\}$ nên tổng các nghiệm là $T = 3$

Câu 6: Tổng các nghiệm thực của phương trình $\log_2(x+1) = 2 \log_4(x^2-1)$ bằng

- A. 2. B. 3. C. -2. D. 1.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x+1 > 0 \\ x^2-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

$$\log_2(x+1) = 2\log_4(x^2-1) \Leftrightarrow \log_2(x+1) = \log_2(x^2-1) \Leftrightarrow x+1 = x^2-1$$

$$\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -1 \end{cases}$$

.So điều kiện ta nhận $x = 2$.

Vậy tổng các nghiệm thực của phương trình là 2.

Câu 7: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x^2-1) < \log_{\frac{1}{5}}(3x-3)$.

- A. $(2; +\infty)$. B. $(-\infty; 1) \cup ((2; +\infty)$. C. $(1; 2)$. D. $(-1; 2)$.

Lời giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 3x-3 > 0 \\ x^2-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow x > 1$$

$$\text{Ta có } \log_{\frac{1}{5}}(x^2-1) < \log_{\frac{1}{5}}(3x-3) \Leftrightarrow x^2-1 > 3x-3 \Leftrightarrow x^2-3x+2 > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x < 1 \\ x > 2 \end{cases}$$

Đổi chiều điều kiện bất phương trình có nghiệm là $(2; +\infty)$.

Câu 8: Cho các số thực x, y thỏa mãn $2^x = 3, 3^y = 4$. Tính giá trị biểu thức $P = 8^x + 9^y$.

- A. 43. B. 17. C. 24. D. 34.

Lời giải

$$\text{Ta có } P = 8^x + 9^y = (2^3)^x + (3^2)^y = 2^{3x} + 3^{2y} = (2^x)^3 + (3^y)^2 = 3^3 + 4^2 = 43$$

Câu 9: Rút gọn biểu thức $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^{\frac{1}{4}} \cdot (\sqrt{3})^5$, ta được

- A. $\sqrt{3}$. B. $3\sqrt{3}$. C. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. D. 9.

Lời giải

$$\text{Ta có: } \left[\left(\frac{1}{3}\right)^2\right]^{\frac{1}{4}} \cdot (\sqrt{3})^5 = \left(\frac{1}{3}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot (\sqrt{3})^5 = (\sqrt{3})^{-1} \cdot (\sqrt{3})^5 = (\sqrt{3})^4 = 9.$$

Câu 10: Nếu $2^a = 9$ thì $\left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{a}{8}}$ có giá trị bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. 3. C. $\frac{1}{9}$. D. $\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } 2^a = 9 \Rightarrow a = \log_2 9 \text{ Nên } \left(\frac{1}{16}\right)^{\frac{a}{8}} = (2^{-4})^{\frac{a}{8}} = 2^{\frac{-a}{2}} = 2^{\frac{-\log_2 9}{2}} = (2^{\log_2 9})^{\frac{-1}{2}} = 9^{\frac{-1}{2}} = \frac{1}{3}$$

Câu 11: Kết quả thống kê cho biết ở thời điểm năm 2013 dân số Việt Nam là 90 triệu người, tốc độ tăng dân số là 1,1%/năm. Nếu mức tăng dân số ổn định như vậy thì dân số Việt Nam sau t năm kể từ năm 2013 được tính bởi công thức $P(t) = 90(1+1,1\%)^t$ (triệu người). Hỏi đến năm 2077 dân số Việt Nam là khoảng bao nhiêu triệu người?

- A. 181. B. 179. C. 180. D. 182.

Lời giải

Ta có: Tính từ năm 2013 đến năm 2077 là $2077 - 2013 = 64$ năm

Áp dụng công thức $P(t) = 90.(1 + 1,1\%)^t$ thì đến năm 2077 dân số nước ta là

$$P = 90.(1 + 1,1\%)^{64} \approx 181,266 \text{ triệu người.}$$

Câu 12: Biết rằng năm 2001, dân số Việt Nam là 78.685.800 người và tỉ lệ tăng dân số năm đó là 1,7%. Cho biết sự tăng dân số được ước tính theo công thức $S = A.e^{Nr}$ (trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là số dân sau N năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm). Nếu dân số vẫn tăng với tỉ lệ như vậy thì đến năm nào dân số nước ta ở mức 120 triệu người?

A. 2022 .

B. 2025 .

C. 2020 .

D. 2026 .

Lời giải

Ta có Nếu dân số vẫn tăng với tỉ lệ 1,7% thì:

Sau N năm dân số Việt Nam là 120.000.000 người

$$\text{Ta có: } S = A.e^{Nr} \Leftrightarrow 120000000 = 78685800.e^{1,7\%.N} \Rightarrow N \approx 25$$

Vậy đến năm $2001 + 25 = 2026$ thì dân số nước ta ở mức 120 triệu người

Câu 13: Tập xác định của hàm số $y = \log_{0,5}(x+1)$ là:

A. $D = (-1; +\infty)$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

C. $D = (0; +\infty)$.

D. $D = (-\infty; -1)$.

Câu 14: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \left(\frac{2}{5}\right)^x$.

B. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

C. $y = 2005^x$.

D. $y = 2022$.

Câu 15: Cho a là số thực dương. Biểu thức $a^3.\sqrt[3]{a^2}$ được viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỉ là

A. $a^{\frac{11}{3}}$

B. a^2

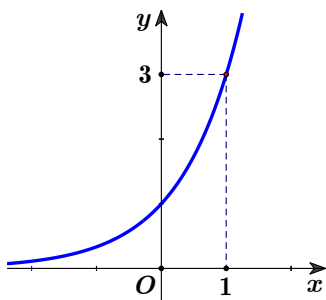
C. $a^{\frac{5}{3}}$

D. $a^{\frac{8}{3}}$

Lời giải

$$a^3.\sqrt[3]{a^2} = a^3.a^{\frac{2}{3}} = a^{3+\frac{2}{3}} = a^{\frac{11}{3}}.$$

Câu 16: Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



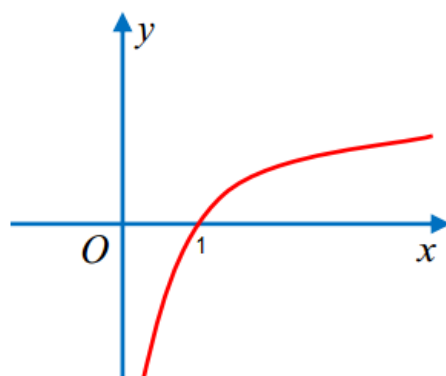
A. $y = 2^x$.

B. $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$.

C. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$.

D. $y = 3^x$.

Câu 17: Đồ thị sau đây là đồ thị của một trong bốn hàm số cho ở các phương án A, B, C, D. Hỏi đó là hàm số nào?



- A. $y = \log_2 x$. B. $y = \frac{1}{2^x}$. C. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. D. $y = 2^x$.

Câu 18: Cho a là một số thực dương. Giá trị của biểu thức $P = \left(\sqrt{2^a}\right)^{\frac{4}{a}}$ bằng

- A. 4. B. 2. C. 8. D. 1.

Lời giải

$$\text{Ta có } P = \left(\sqrt{2^a}\right)^{\frac{4}{a}} = \left(2^{\frac{a}{2}}\right)^{\frac{4}{a}} = 2^{\frac{4a}{2a}} = 2^2 = 4.$$

Câu 19: Với a là số thực dương tùy ý, $a^{\frac{5}{3}}$ bằng

- A. $\sqrt[5]{a^3}$. B. $\sqrt[3]{a^5}$. C. a^8 . D. a^2 .

Lời giải

$$\text{Với } a > 0 \text{ ta có: } a^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{a^5}.$$

Câu 20: Với α là số thực bất kì, mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\sqrt{10^\alpha} = (\sqrt{10})^\alpha$. B. $\sqrt{10^\alpha} = 10^{\frac{\alpha}{2}}$.
C. $(10^\alpha)^2 = (100)^\alpha$. D. $(10^\alpha)^2 = (10)^{\alpha^2}$.

Lời giải

Theo định nghĩa và các tính chất của lũy thừa, ta thấy A, B, C là các mệnh đề đúng.

Xét mệnh đề D: với $\alpha = 1$, ta có: $(10^1)^2 = 100 \neq (10)^{1^2} = 10$ nên mệnh đề D sai.

Câu 21: Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng với mọi số thực dương x, y ?

- A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_a y$. B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$.
C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$. D. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

Lời giải

Theo quy tắc tính logarit của một thương ta có $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y, \forall x > 0, y > 0$.

Câu 22: Giá trị của $\log_2 \frac{1}{16}$ bằng

- A. 4. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{8}$. D. -4.

Lời giải

$$\log_2 \frac{1}{16} = \log_2 2^{-4} = -4.$$

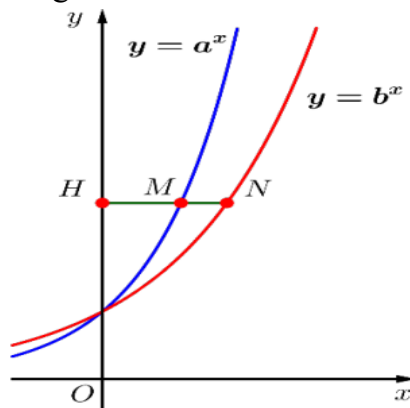
Câu 23: Với mọi a, b dương thỏa mãn $\log_2 \sqrt{a} - \log_2 b = 3$, khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $a = 64b^2$. B. $ab^2 = 64$. C. $\sqrt{a} - b = 8$. D. $\frac{\sqrt{a}}{b} = 3$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \log_2 \sqrt{a} - \log_2 b = 3 \Leftrightarrow \log_2 \frac{\sqrt{a}}{b} = 3 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a}}{b} = 2^3 \Leftrightarrow a = 64b^2.$$

Câu 24: Cho các hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ với a, b là những số thực dương khác 1, có đồ thị như hình vẽ. Đường thẳng $y = 3$ cắt trục tung, đồ thị hàm số $y = a^x$ và $y = b^x$ lần lượt tại H, M, N . Biết rằng $2HM = 3MN$, khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a^5 = b^3$

B. $3a = 5b$

C. $a^2 = b^3$

D. $a^3 = b^5$

Phần 2. Trắc nghiệm lựa chọn đúng sai.

Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho biểu thức $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = A$ và $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = B$, khi đó:

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}}$		
b)	$9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = 3^k$ thì $k = 3$		
c)	$144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = 2^k$ thì $k = 3$		
d)	$A - B = 1$		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Đúng	d) Đúng
---------	--------	---------	---------

Ta có: $9^{\frac{2}{5}} \cdot 27^{\frac{2}{5}} = (9 \cdot 27)^{\frac{2}{5}} = (3^2 \cdot 3^3)^{\frac{2}{5}} = (3^5)^{\frac{2}{5}} = 3^2 = 9$.

Ta có: $144^{\frac{3}{4}} : 9^{\frac{3}{4}} = \left(\frac{144}{9}\right)^{\frac{3}{4}} = 16^{\frac{3}{4}} = (2^4)^{\frac{3}{4}} = 2^3 = 8$.

Câu 2: Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_2 x = 5 \cdot \log_2 a + 3 \log_2 b$.

Các mệnh đề sau đúng/sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$x = 3a + 5b$		
b)	$x = a^5 b^3$		
c)	$x = a^5 + b^3$		
d)	$x = 5a + 3b$		

Lời giải

a) Sai

b) Đúng

c) Sai

d) Sai

Ta có $\log_2 x = 5 \cdot \log_2 a + 3 \log_2 b \Leftrightarrow \log_2 x = \log_2 (a^5 b^3) \Leftrightarrow x = a^5 b^3$

Câu 3: Với a, b là các số thực dương tùy ý và a khác 1, đặt $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6$.

Các mệnh đề sau đúng/sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$P = 27 \log_a b$		
b)	$P = 15 \log_a b$		
c)	$P = 9 \log_a b$		
d)	$P = 6 \log_a b$		

Lời giải

a) Sai

b) Sai

c) Sai

d) Đúng

Ta có $P = \log_a b^3 + \log_{a^2} b^6 = 3 \log_a b + 6 \cdot \frac{1}{2} \log_a b = 6 \log_a b$.

Câu 4. Cho biểu thức $\sqrt{\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10}}$

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	$\sqrt[4]{\sqrt{5}} = 5^{\frac{1}{8}}$		
b)	$\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}} = 5^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 41$		
c)	$\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10} = 5^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 6$		
d)	$\sqrt{\sqrt{5} \cdot (\sqrt[4]{\sqrt{5}} : \sqrt[5]{\sqrt{5}})^{10}} = 5^{\frac{a}{b}}$ ($\frac{a}{b}$ là phân số tối giản), khi đó: $a + b = 12$		

Câu 5. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

Mệnh đề		Đúng	Sai
a)	Phương trình $3^{x-1} = 9$ có một nghiệm		
b)	Phương trình $5^{x-1} = \left(\frac{1}{25}\right)^x$ có nghiệm lớn hơn 3.		
c)	Phương trình $3^{x-2} = 6$ có chung tập nghiệm với phương trình $x^2 - 2x + 4 = 0$		
d)	Phương trình $7^{x+2} - 40 \cdot 7^x = 9$ có một nghiệm $x = a$, khi đó: $\lim_{x \rightarrow a} (x^2 + 2x + 5) = 6$		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Sai
---------	--------	--------	--------

a) $3^{x-1} = 9 \Leftrightarrow 3^{x-1} = 3^2 \Leftrightarrow x-1 = 2 \Leftrightarrow x = 3$.

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 3$.

b) $5^{x-1} = \left(\frac{1}{25}\right)^x \Leftrightarrow 5^{x-1} = 5^{-2x} \Leftrightarrow x-1 = -2x \Leftrightarrow x = \frac{1}{3}$.

Vậy phương trình có nghiệm là $x = \frac{1}{3}$.

c) $3^{x-2} = 6 \Leftrightarrow x-2 = \log_3 6 \Leftrightarrow x = \log_3 6 + 2$.

Vậy phương trình có nghiệm là $x = \log_3 6 + 2$.

d) $7^{x+2} - 40 \cdot 7^x = 9 \Leftrightarrow 7^2 \cdot 7^x - 40 \cdot 7^x = 9 \Leftrightarrow 9 \cdot 7^x = 9 \Leftrightarrow 7^x = 1 \Leftrightarrow x = 0$.

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 0$.

Suy ra $\lim_{x \rightarrow 0} (x^2 + 2x + 5) = 5$

Câu 6: Các mệnh đề sau đúng hay sai?

	Mệnh đề	Đúng	Sai
a)	$16^x < \frac{1}{4}$ có tập nghiệm là $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$		
b)	$5^{x-1} \geq \left(\frac{1}{25}\right)^x$ có nghiệm lớn nhất là $x = \frac{1}{3}$		
c)	$(0,3)^{x-2} \leq 3$ có nghiệm lớn nhất là $x = 2 + \log_6 3$		
d)	$2 \cdot 7^{x+2} > 9$ có tập nghiệm là $\left(-2 + \log_7 \left(\frac{9}{2}\right); +\infty\right)$		

Lời giải

a) Đúng	b) Sai	c) Sai	d) Đúng
---------	--------	--------	---------

a) $16^x < \frac{1}{4} \Leftrightarrow 2^{4x} < 2^{-2} \Leftrightarrow 4x < -2 \Leftrightarrow x < -\frac{1}{2}$ (do $2 > 1$).

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x < -\frac{1}{2}$.

b) $5^{x-1} \geq \left(\frac{1}{25}\right)^x \Leftrightarrow 5^{x-1} \geq 5^{-2x} \Leftrightarrow x-1 \geq -2x \Leftrightarrow x \geq \frac{1}{3}$ (do $5 < 1$).

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq \frac{1}{3}$.

c) $(0,3)^{x-2} \leq 3 \Leftrightarrow x-2 \geq \log_{0,3} 3 \Leftrightarrow x \geq 2 + \log_{0,3} 3$ (do $0 < 0,3 < 1$).

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x \geq 2 + \log_{0,3} 3$.

d) $2 \cdot 7^{x+2} > 9 \Leftrightarrow 7^{x+2} > \frac{9}{2} \Leftrightarrow x+2 > \log_7 \left(\frac{9}{2}\right) \Leftrightarrow x > -2 + \log_7 \left(\frac{9}{2}\right)$ (do $7 > 1$).

Vậy nghiệm của bất phương trình là $x > -2 + \log_7 \left(\frac{9}{2}\right)$.

Phần 3. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1: Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - 0,1^0}$.

Trả lời: -10

Lời giải

Ta có $P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - 0,1^0} = \frac{2^2 + 5}{10^{-1} - 1} = -10$.

Câu 2: Tính giá trị của biểu thức $P = (5 + 2\sqrt{6})^{2024} \cdot (5 - 2\sqrt{6})^{2025}$.

Trả lời: $5 - 2\sqrt{6}$

Lời giải

Ta có: $(5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6}) = 25 - 24 = 1$.

Do đó:

$P = (5 + 2\sqrt{6})^{2024} \cdot (5 - 2\sqrt{6})^{2025} = [(5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6})]^{2024} \cdot (5 - 2\sqrt{6}) = 5 - 2\sqrt{6}$

Câu 3: Biết $4^\alpha + 4^{-\alpha} = 5$. Tính giá trị biểu thức $2^\alpha + 2^{-\alpha}$

Lời giải

Ta có: $(2^\alpha + 2^{-\alpha})^2 = 4^\alpha + 4^{-\alpha} + 2 = 7$

Câu 4: Giá trị của biểu thức $P = \log_2 \frac{2}{3} + \log_2 12$ bằng

Lời giải

Ta có: $P = \log_2 \frac{2}{3} + \log_2 12 = \log_2 \left(\frac{2}{3} \cdot 12 \right) = \log_2 8 = 3$.

Câu 5: Cho phương trình $2^{x^2-x+8} - 4^{1-3x} = 0$ có hai nghiệm thực x_1, x_2 . Khi đó tổng $x_1 + x_2$ bằng

Lời giải

Ta có $2^{x^2-x+8} - 4^{1-3x} = 0 \Leftrightarrow 2^{x^2-x+8} = 2^{2-6x} \Leftrightarrow x^2 - x + 8 = 2 - 6x \Leftrightarrow x^2 + 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -3 \end{cases}$.

Câu 6: Nếu một người gửi tiết kiệm số tiền 150 triệu đồng theo kì hạn 6 tháng với lãi suất không đổi là 5% một năm (theo thể thức lãi kép), thì số tiền thu được (cả vốn lẫn lãi) của người đó sau 3 năm gần với số nào sau đây nhất?

Lời giải

Mỗi kỳ hạn 6 tháng nên 3 năm có 6 kỳ hạn.

Số tiền thu được (cả vốn lẫn lãi) của người đó sau 3 năm:

$$P = 150 \cdot \left(1 + 5\% \cdot \frac{6}{12} \right)^6 \approx 173,95 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 7: Số lượng loại vi khuẩn A trong một phòng thí nghiệm được tính theo công thức $s(t) = s(0) \cdot 2^t$, trong đó $s(0)$ là số lượng vi khuẩn A lúc ban đầu, $s(t)$ là số lượng vi khuẩn A có sau t phút. Biết sau 3 phút thì số vi khuẩn A là 625 nghìn con. Hỏi sau bao lâu kể từ lúc ban đầu, số lượng loại vi khuẩn A là 20 triệu con.

Lời giải

Theo giả thiết ta có: $s(3) = 625000 \Leftrightarrow s(0) \cdot 2^3 = 625000 \Leftrightarrow s(0) = 78125$.

Số lượng loại vi khuẩn A là 20 triệu con khi

$$s(t) = 20000000 \Leftrightarrow s(0) \cdot 2^t = 20000000 \Leftrightarrow 2^t = \frac{20000000}{s(0)} = \frac{20000000}{78125} = 256 \Leftrightarrow t = 8.$$

Vậy, sau 8 phút thì số lượng vi khuẩn A là 20 triệu con.

Câu 8: Năm 2020 công ty M thuê mặt bằng để sản xuất kinh doanh với số tiền là 850 triệu và ký vào hợp đồng trong 10 năm tiếp theo, mỗi năm chịu tăng 2% giá thuê mặt bằng của năm liền trước. Theo dự định đó, năm 2025 công ty M phải trả số tiền thuê mặt bằng khoảng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng nghìn)?

Lời giải

Sau năm thứ nhất giá thuê mặt bằng là: $850.000.000(1+2\%)$ đồng

Sau năm thứ hai giá thuê mặt bằng là:

$$850.000.000(1+2\%) + 850.000.000(1+2\%) \cdot 2\% = 850.000.000(1+2\%)^2$$

....

Đến năm 2025 giá thuê mặt bằng là $850.000.000(1+2\%)^5 \approx 938.469.000$.

Câu 9: Dân số ở một địa phương được ước tính theo công thức $S = A \cdot e^{r \cdot t}$, trong đó A không đổi là dân số của năm 2023, S là dân số sau t năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Hỏi đến năm nào thì dân số ở địa phương đó sẽ đạt gấp đôi dân số năm 2023? Biết $r = 1,13\% / \text{năm}$.

Trả lời: 2085

Hướng dẫn giải

Dân số đạt gấp đôi nghĩa là $S = 2A$, ta có:

$$2A = A \cdot e^{1,13\% \cdot t} \Leftrightarrow e^{1,13\% \cdot t} = 2 \Leftrightarrow 1,13\% \cdot t = \ln_e 2 \Leftrightarrow t = \frac{\ln 2}{1,13\%} \approx 61,34 \text{ (do } e > 1 \text{)}.$$

Vậy sau 62 năm tức đến năm 2085 thì dân số ở địa phương đó sẽ gấp đôi dân số năm 2023.

Câu 10: Tìm nghiệm phương trình $\ln 2x + \ln(x-1) = \ln x^2$;

Trả lời: $x = 2$

Hướng dẫn giải

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 2x > 0 \\ x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1. (*) \\ x^2 > 0 \end{cases}$$

$$\ln 2x + \ln(x-1) = \ln x^2 \Leftrightarrow \ln[2x(x-1)] = \ln x^2 \Rightarrow 2x(x-1) = x^2$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}, \text{ ta thấy chỉ có nghiệm } x = 2 \text{ thỏa mãn điều kiện } (*).$$

Vậy phương trình có nghiệm là $x = 2$.

Phần 4: Tự luận:

Câu 1: Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - 0,1^0}$.

Trả lời: -10

Lời giải

$$\text{Ta có } P = \frac{2^3 \cdot 2^{-1} + 5^{-3} \cdot 5^4}{10^{-3} : 10^{-2} - 0,1^0} = \frac{2^2 + 5}{10^{-1} - 1} = -10.$$

Câu 2: Tính giá trị của biểu thức $P = (5 + 2\sqrt{6})^{2024} \cdot (5 - 2\sqrt{6})^{2025}$.

Trả lời: $5 - 2\sqrt{6}$

Lời giải

$$\text{Ta có: } (5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6}) = 25 - 24 = 1.$$

Do đó:

$$P = (5 + 2\sqrt{6})^{2024} \cdot (5 - 2\sqrt{6})^{2025} = [(5 + 2\sqrt{6})(5 - 2\sqrt{6})]^{2024} \cdot (5 - 2\sqrt{6}) = 5 - 2\sqrt{6}$$

Câu 3: Cho số thực a thỏa mãn $0 < a \neq 1$. Tính giá trị của biểu thức $T = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right)$.

Trả lời: 3

Lời giải

$$\text{Ta có: } T = \log_a \left(\frac{a^2 \cdot \sqrt[3]{a^2} \cdot \sqrt[5]{a^4}}{\sqrt[15]{a^7}} \right) = \log_a \frac{a^{2 + \frac{2}{3} + \frac{4}{5}}}{a^{\frac{7}{15}}} = \log_a a^{2 + \frac{2}{3} + \frac{4}{5} - \frac{7}{15}} = \log_a a^3 = 3.$$

Câu 4: Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $Q = \log_a (b^2 c^3)$.

Trả lời: 13

Lời giải

$$\text{Ta có: } Q = \log_a (b^2 c^3) = \log_a b^2 + \log_a c^3 = 2 \log_a b + 3 \log_a c = 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 = 13.$$

Câu 5: Rút gọn biểu thức sau: $Q = \frac{a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}}}{\left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2}} (a > 0).$

Trả lời: a^5

Lời giải

$$\text{Ta có: } \begin{cases} a^{\sqrt{3}+1} \cdot a^{2-\sqrt{3}} = a^{\sqrt{3}+1+2-\sqrt{3}} = a^3 \\ \left(a^{\sqrt{2}-2}\right)^{\sqrt{2}+2} = a^{(\sqrt{2}+2)(\sqrt{2}-2)} = a^{-2} \end{cases} \Rightarrow Q = \frac{a^3}{a^{-2}} = a^5.$$

Câu 6: Giải phương trình $\sqrt{2} \cdot 2^{3x+1} = 8$

Câu 7: Giải phương trình $\log_{\frac{1}{4}}(-x+2) = -2$

Câu 8: Giải phương trình $\log_3(2x-3) = \log_3(x-2) + 1;$

Câu 9: Giải bất phương trình $3^{x^2-4x+5} > \frac{1}{9}$

Câu 10: Giải bất phương trình $\log_2(x^2 + 3x) \leq 2;$