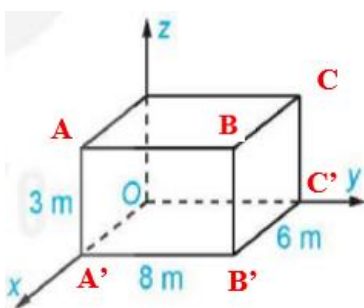


MỘT SỐ BÀI TẬP VẬN DỤNG TỌA ĐỘ CỦA VECTO' TRONG THỰC TIỄN

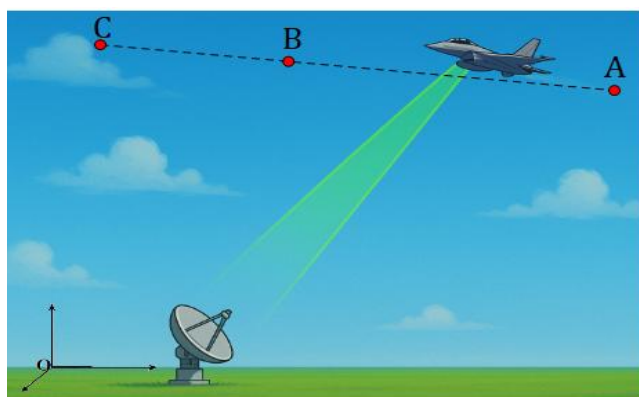
Câu 1. Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 8 m , chiều rộng là 6 m và chiều cao là 3 m . Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét. Hãy tìm tọa độ của các điểm A, B, C và A', B', C'



$$A(6; 0; 3); B(6; 8; 3); C(0; 8; 3)$$

$$A'(6,0,0); B'(6; 8; 0); C'(0; 8; 0)$$

Câu 2. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilomet), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với tốc độ và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên tốc độ và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là điểm $C(x;y;z)$. Tính $x+y+z$



Lời giải

Đáp án: 1595 .

Do máy bay giữ nguyên tốc độ nên vận tốc của máy bay trên quãng đường AB và BC là như nhau. Ta có: $\frac{AB}{10} = \frac{BC}{5} \Leftrightarrow AB = 2BC$.

Và máy bay giữ nguyên hướng bay nên hai vectơ $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{BC}$ cùng hướng.

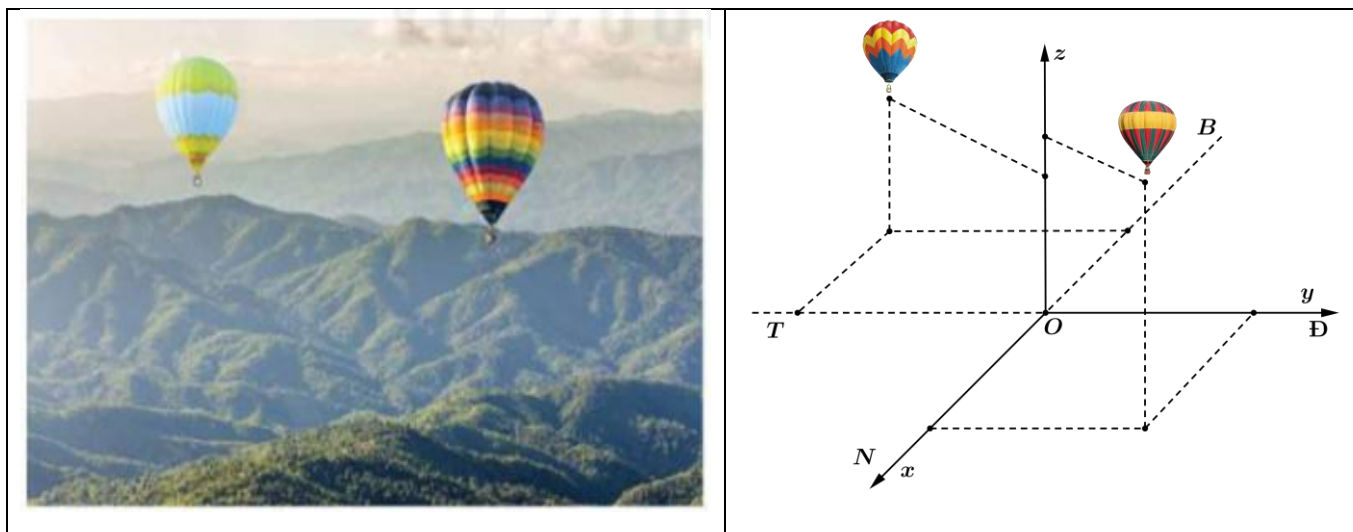
$$\text{Do đó } \overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{BC} \Leftrightarrow \begin{cases} 140 = 2(x - 940) \\ 50 = 2(y - 550) \\ 2 = 2(z - 9) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1010 \\ y = 575 \\ z = 10 \end{cases} \text{ . Vậy } x + y + z = 1595$$

Câu 3. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,5 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (H.2.50), đơn vị đo lấy theo kilômét.

a) Tìm tọa độ của mỗi chiếc khinh khí cầu đối với hệ tọa độ đã chọn.

b) Xác định khoảng cách giữa hai khinh khí cầu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Lời giải

+ Chiếc khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ là **A** $2; 1; 0,5$.

+ Chiếc khinh khí cầu thứ hai có tọa độ là **B** $-1; -1,5; 0,8$.

+ Khoảng cách hai chiếc khinh khí cầu là

$$\sqrt{(-1-2)^2 + (1,5-1)^2 + (0,8-0,5)^2} = \sqrt{15,34} \approx 3,92 \text{ km} .$$

Câu 4. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (H.2.52). Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan có phạm vi theo dõi là 30 km. Hỏi ra đa có thể phát hiện được một chiếc tàu thám hiểm có tọa độ là $(25; 15; -10)$ đối với hệ tọa độ nói trên hay không?



Lời giải

Để xác định xem ra đa có thể phát hiện được tàu thám hiểm hay không, ta cần xác định khoảng cách giữa ra đa và tàu thám hiểm.

Theo đề ta có tọa độ của ra đa là $O(0;0;0)$ tọa độ của tàu thám hiểm là $A(25;15;-10)$. Khi đó khoảng cách giữa ra đa và tàu thám hiểm là:

$$d = OA = \sqrt{(25-0)^2 + (15-0)^2 + (-10-0)^2} = 5\sqrt{38} \approx 30,82$$

Vì phạm vi theo dõi của ra đa là 30 km mà khoảng cách giữa ra đa

và tàu thám hiểm là 30,82 km nên ra đa không phát hiện được tàu thám hiểm.

Câu 5. Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông 60(km) và về phía Nam 40(km), đồng thời cách mặt đất 2(km). Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc 80(km) và về phía Tây 50(km), đồng thời cách mặt đất 4(km). Chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng.

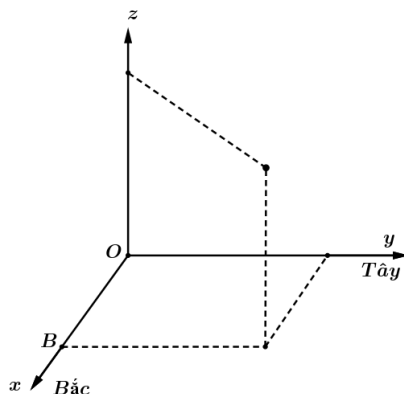
a) Xác định khoảng cách giữa chiếc máy bay thứ nhất và chiếc máy bay thứ hai.

b) Xác định khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba với vị trí tại điểm xuất phát của nó.



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc máy bay, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Bắc, trục Oy hướng về phía Tây, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).



Chiếc máy bay thứ nhất có tọa độ $(-60; -40; 2)$.

Chiếc máy bay thứ hai có tọa độ $(80; 50; 4)$.

Do chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng nên ở vị trí trung điểm, suy ra chiếc máy bay thứ ba có tọa độ $\left(\frac{-60+80}{2}; \frac{-40+50}{2}; \frac{2+4}{2}\right) = (10; 5; 3)$.

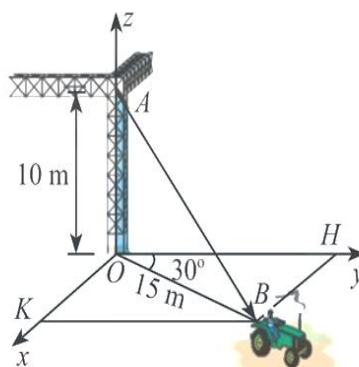
Khoảng cách giữa chiếc máy bay thứ nhất và chiếc máy bay thứ hai:

$$\sqrt{(-60-80)^2 + (-40-50)^2 + (2-4)^2} \approx 166,4(km)$$

Khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba với vị trí tại điểm xuất phát của nó là: $\sqrt{10^2 + 5^2 + 3^2} \approx 11,6(km)$

Câu 6. Một chiếc xe đang kéo căng sợi dây cáp AB trong công trường xây dựng, trên đó đã thiết lập hệ tọa độ $Oxyz$ như Hình với độ dài đơn vị trên các trục tọa độ bằng $1m$.

Tìm được tọa độ của vector $\overrightarrow{AB} = (a; b; c)$, khi đó $a + c = ?$



Trả lời: 2,5

$$\overrightarrow{OA} = 10\vec{k} \Rightarrow A(0;0;10)$$

$$\text{Ta có: } OH = OB \cdot \cos 30^\circ = \frac{15\sqrt{3}}{2}$$

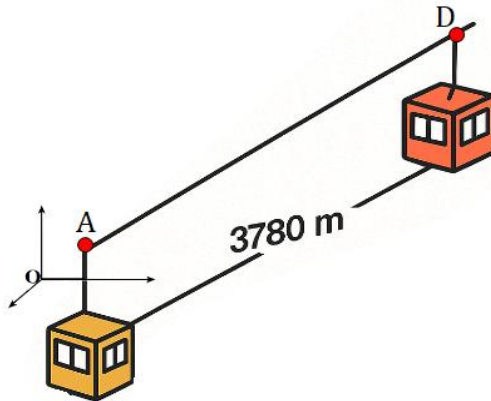
$$OK = OB \cdot \cos(90^\circ - 30^\circ) = \frac{15}{2}.$$

$$\text{Vậy } a + c = -2,5$$

$$\Rightarrow B\left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; 0\right)$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = \left(\frac{15}{2}; \frac{15\sqrt{3}}{2}; -10\right)$$

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là 1m), một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(10;3;0)$ và chuyển động đều theo đường cáp thẳng đến vị trí D cách điểm A một khoảng 3780m. Biết đường đi của cabin cùng phương với vector $\vec{u} = (2; -2; 1)$ và sau 3 phút kể từ khi xuất phát thì cabin đi đến vị trí B có hoành độ $x_B = 550$. Hỏi thời gian di chuyển của cabin trên quãng đường AD là bao nhiêu giây?



Lời giải:

$$\text{Gọi tọa độ điểm } B(550; y; z). \quad \text{Ta có: } \overrightarrow{AB} = (540; y-3; z).$$

Do đường đi của cabin cùng phương với vector $\vec{u} = (2; -2; 1)$ nên ta có:

$$\frac{540}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z}{1} \Leftrightarrow \begin{cases} y-3 = -540 \\ z = 270 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = -537 \\ z = 270 \end{cases} \Rightarrow B(550; -537; 270).$$

$$\text{Quãng đường } AB \text{ bằng } AB = \sqrt{540^2 + (-537-3)^2 + 270^2} = 810 \text{ (m)}.$$

$$\text{Vận tốc của cabin bằng } v = \frac{AB}{3.60} = 4,5 \text{ (m/s)}.$$

$$\text{Thời gian để cabin chuyển động đều từ điểm } A \text{ đến điểm } D \text{ là: } \frac{3780}{4,5} = 840 \text{ (s)}.$$

BÀI TẬP RÈN LUYỆN: TRẮC NGHIỆM ĐÚNG -SAI

Câu 1:

Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao 80 m sử dụng radar có phạm vi theo dõi 500 km được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (Hình 2) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét). Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất 10 km, cách 300 km về phía đông và 200 km về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu. Trong các khẳng định sau đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?



- a) Radar ở vị trí có tọa độ $(0;0;0)$.
- b) Vị trí A có tọa độ $(300;200;10)$.
- c) Khoảng cách từ máy bay đến radar là khoảng 360,69 km (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).
- d) Radar của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí A .

Giải

- a) Theo giả thiết, radar ở vị trí có tọa độ $(0;0;0,08)$. Vậy a) **sai**.
- b) Điểm $A(-300;-200;10)$. Vậy b) **sai**.
- c) Khoảng cách từ máy bay đến radar là:

$$\sqrt{(-300-0)^2 + (-200-0)^2 + (10-0,08)^2} \approx 360,69 \text{ (km)}. \text{ Vậy c) đúng.}$$
- d) Vì $360,69 < 500$ nên radar của trung tâm kiểm soát không lưu có phát hiện được máy bay tại vị trí A . Vậy d) **sai**.

Câu 2: Một căn phòng thiết kế hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AA' = 3m$, $AD = 3\sqrt{3}m$. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, đỉnh A trùng với gốc tọa độ O , các điểm B, D, A' lần lượt nằm trên các trục Ox, Oy, Oz như hình vẽ dưới đây:

- a) Chiều cao của căn phòng là $3m$.
- b) Tọa độ của điểm $B(3;0;0)$.
- c) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AB} = 9\sqrt{2}$.
- d) Góc giữa hai vector $\overrightarrow{A'C'}$ và $\overrightarrow{DC}$ bằng 60° .

