

CHƯƠNG 2. VECTO VÀ HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án. (3 điểm)

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{a} = (2; -1; 4)$. Toạ độ của vectơ $-\vec{a}$ là

- A.** $(-2; 1; -4)$. **B.** $(2; -1; -4)$. **C.** $(-2; -1; 4)$. **D.** $(2; 1; 4)$.

Lời giải

Ta có $-\vec{a} = (-2; 1; -4)$.

Câu 2: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = \vec{j} - 4\vec{k}$. Toạ độ vectơ $\vec{u}$ là

- A.** $1; -4$. **B.** $0; 1; -4$. **C.** $1; 0; -4$. **D.** $0; -1; 4$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{a} = (1; 2; 3)$ và $\vec{b} = (4; 5; 6)$. Toạ độ của vectơ $\vec{a} + \vec{b}$ tương ứng là

- A.** $(5; 7; 9)$. **B.** $(3; 7; 9)$. **C.** $(5; 3; 9)$. **D.** $(3; 5; 9)$.

Lời giải

Ta có $\vec{a} + \vec{b} = (1 + 4; 2 + 5; 3 + 6) = (5; 7; 9)$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{u} = (-1; 3; 2)$ và $\vec{v} = (-3; -1; 2)$. Tìm tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

- A.** 10. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4

Lời giải

$\vec{u} \cdot \vec{v} = 3 - 3 + 4 = 4$.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và điểm $B(3; 4; 5)$. Toạ độ điểm C là trung điểm của đoạn thẳng AB là

- A.** $(2; 3; 4)$. **B.** $(1; 3; 5)$. **C.** $(2; 4; 3)$. **D.** $(2; 2; 3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_C = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_C = \frac{y_A + y_B}{2} = 3 \\ z_C = \frac{z_A + z_B}{2} = 4. \end{cases} \text{ Vậy } C(2; 3; 4).$$

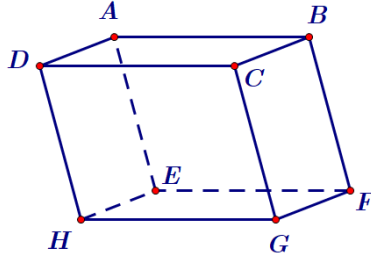
Câu 6: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; -5), B(1; 2; 4), C(2; 5; -2)$. Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A.** $G(6; 9; -3)$. **B.** $G(2; 3; -1)$. **C.** $G(2; 3; 1)$. **D.** $G(6; 9; 3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_G = \frac{3 + 1 + 2}{3} \\ y_G = \frac{2 + 2 + 5}{3} \\ z_G = \frac{-5 + 4 - 2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 2 \\ y_G = 3 \\ z_G = -1. \end{cases} \text{ Vậy } G(2; 3; -1).$$

Câu 7: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ (minh họa như hình bên). Vectơ nào sau đây bằng vectơ $\overrightarrow{FH}$?



- A. $\overrightarrow{BD}$. B. $\overrightarrow{DB}$. C. $\overrightarrow{BA}$. D. $\overrightarrow{AB}$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng với điểm $M(2;2;-1)$ qua mặt phẳng (Oyz) là
A. $M'(2;-2;1)$. B. $M'(-2;0;0)$. C. $M'(-2;-2;1)$. D. $M'(-2;2;-1)$.

Lời giải

Điểm đối xứng với điểm $M(2;2;-1)$ qua mặt phẳng (Oyz) là $M'(-2;2;-1)$.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy là
A. $M_2(1;2;3)$. B. $M_3(-1;2;-3)$. C. $M_4(-1;-2;-3)$. D. $M_1(1;-2;-3)$.

Lời giải

Ta có $M(1;-2;3)$.

Vậy điểm đối xứng với M qua trục Oy là $M_4(-1;-2;-3)$.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC , với $A(1;2;1), B(-3;0;3), C(2;4;-1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
A. $D(6;6;-3)$. B. $D(6;-6;3)$. C. $D(6;6;3)$. D. $D(6;-6;-3)$.

Lời giải

Gọi $D(x;y;z)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4;-2;2); \overrightarrow{DC} = (2-x;4-y;-1-z)$.

$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 2-x \\ -2 = 4-y \\ 2 = -1-z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 6 \\ z = -3 \end{cases} \text{ . Vậy } D(6;6;-3).$$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{a} = (1;0;0)$ và $\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$. Góc giữa hai vectơ này là
A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{1 \cdot \frac{1}{2} + 0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 0 \cdot 0}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 0^2}} = \frac{1}{2} \text{ suy ra } (\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ.$$

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;1); B(2;-1;3)$ và điểm $M(a;b;0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a+b$ là
A. 3. B. -2. C. 1. D. 2.

Lời giải

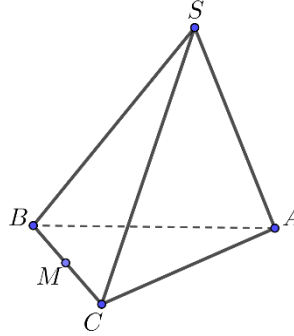
Ta thấy $M(a;b;0) \in (Oxy)$. Gọi $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 2\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } MA^2 + MB^2 &= \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = (\overrightarrow{IA} - \overrightarrow{IM})^2 + (\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IM})^2 \\ &= (\overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IM}^2 - 2\overrightarrow{IA} \cdot \overrightarrow{IM}) + (\overrightarrow{IB}^2 + \overrightarrow{IM}^2 - 2\overrightarrow{IB} \cdot \overrightarrow{IM}) = 2\overrightarrow{IM}^2 + 2\overrightarrow{IA}^2 = 2\overrightarrow{IM}^2 + 7 \end{aligned}$$

Suy ra $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM$ ngắn nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (Oxy) . Suy ra $M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$. Như vậy $a = \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2$.

Phần II. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai (4 điểm)

Câu 1. Cho tứ diện đều $S.ABC$ có tất cả các cạnh bằng a , M là trung điểm của cạnh BC .



Các mệnh đề sau đây đúng hay sai?

a) $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC}$.

b) $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{SA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SC}$.

c) Góc giữa $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng 90° .

d) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{SC} = 0$.

Lời giải

(a) $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC}$.

Ta có $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = SA \cdot SB \cdot \cos \angle ASB = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$.

Tương tự, $\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = \frac{a^2}{2}; \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} = \frac{a^2}{2}$ nên $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC}$.

Chọn ĐÚNG.

(b) $\overrightarrow{AM} = -\overrightarrow{SA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SC}$.

Ta có: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{SM} - \overrightarrow{SA} = -\overrightarrow{SA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SC}$.

Chọn ĐÚNG.

(c) Góc giữa $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng 90° .

Góc giữa $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng 90° .

Ta có $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SA} = \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SA} = a^2 \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2}$.

Suy ra $\overrightarrow{BC} \cdot \overrightarrow{SA} = (\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB}) \cdot \overrightarrow{SA} = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SA} = 0$ nên góc giữa $\overrightarrow{SA}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng 90° .

Chọn ĐÚNG.

(d) $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{SC} = 0$.

Ta có $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{SC} = \left(-\overrightarrow{SA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SB} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SC}\right) \cdot \overrightarrow{SC} = -\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SC} = -\frac{a^2}{2} + \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2}{2} + \frac{1}{2}a^2 = \frac{a^2}{4}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;3;5), B(1;1;3), C(4;-2;3)$.

- a) Tọa độ trung điểm của BC là $\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}; 3\right)$.
 b) Độ dài đoạn thẳng BC là $3\sqrt{2}$.
 c) $\cos BAC$ bằng $\frac{7\sqrt{19}}{38}$.
 d) Gọi D là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCD$. Tọa độ hình chiếu của trọng tâm tam giác ABD lên mặt phẳng Oyz là $(2;0;0)$.

Lời giải

a) Đúng: Gọi M là trung điểm BC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2} \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{1-2}{2} = -\frac{1}{2} \\ z_M = \frac{z_B + z_C}{2} = \frac{3+3}{2} = 3 \end{cases} \text{ suy ra } M\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}; 3\right).$$

b) Đúng. Ta có $BC = \sqrt{(4-1)^2 + (-2-1)^2 + (3-3)^2} = 3\sqrt{2}$.

c) Sai: Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -2; -2), \overrightarrow{AC} = (3; -5; -2)$.

$$\cos BAC = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{0 \cdot 3 + (-2) \cdot (-5) + (-2) \cdot (-2)}{\sqrt{0^2 + (-2)^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-5)^2 + (-2)^2}} = \frac{7\sqrt{19}}{38}$$

d) Sai: Gọi $D(x; y; z)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -2; -2); \overrightarrow{DC} = (4-x; -2-y; 3-z)$.

$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 4-x \\ -2 = -2-y \\ -2 = 3-z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \\ z = 5 \end{cases} \text{ suy ra } D(4; 0; 5).$$

$$\text{Gọi } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABD. \text{ Ta có } \begin{cases} x_G = \frac{1+1+4}{3} \\ y_G = \frac{3+1+0}{3} \\ z_G = \frac{5+3-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 2 \\ y_G = \frac{4}{3} \\ z_G = \frac{7}{3} \end{cases} \text{ suy ra } G\left(2; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right).$$

Vậy hình chiếu của G lên mặt phẳng Oyz là $H\left(0; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Câu 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi O là tâm hình vuông $BCC'B'$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

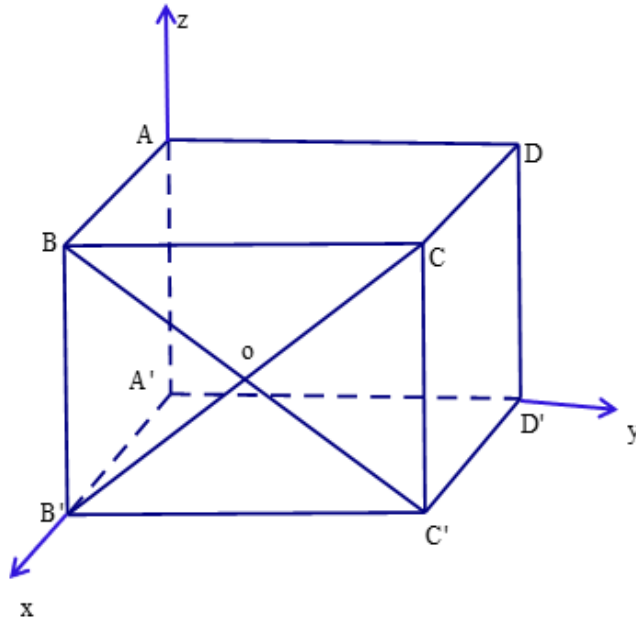
a) $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{B'C'} = a^2 \sqrt{2}$.

b) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BB'}$

c) $\overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$

d) Góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{DA'}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60° .

Lời giải



Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ điểm A' trùng gốc tọa độ.

Quy ước $a = 1$. Khi đó ta có tọa độ các điểm:

$$A'(0;0;0), B'(1;0;0), C'(1;1;0), D'(0;1;0), A(0;0;1), B(1;0;1), C(1;1;1), D(0;1;1)$$

Vì O là trung điểm $B'C$ nên tọa độ $O\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

a) Ta có $\overrightarrow{BD} = (-1; 1; 0), \overrightarrow{B'C'} = (0; 1; 0) \Rightarrow \overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{B'C'} = 1 = a$.

Vậy a) là mệnh đề **sai**.

b) $\overrightarrow{AC'} = (1; 1; -1), \overrightarrow{AB} = (1; 0; 0), \overrightarrow{AD} = (0; 1; 0), \overrightarrow{BB'} = (0; 0; -1)$.

Ta có $\overrightarrow{AC'} = (1; 1; -1), \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BB'} = (1; 1; -1)$

Vậy b) là mệnh đề **đúng**.

c) $\overrightarrow{DO} = \left(1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right), \overrightarrow{AB} = (1; 0; 0), -\frac{1}{2}\overrightarrow{AD} = \left(0; -\frac{1}{2}; 0\right), \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = \left(0; 0; \frac{1}{2}\right)$

Khi đó $\overrightarrow{DO} = \left(1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right), \overrightarrow{AB} - \frac{1}{2}\overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = \left(1; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$.

Vậy c) là mệnh đề **đúng**.

d) $\overrightarrow{DA'} = (0; -1; -1)$ và $\overrightarrow{AC} = (1; 1; 0)$.

Ta có $\cos(\overrightarrow{DA'}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{DA'} \cdot \overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{DA'}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{-1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{DA'}, \overrightarrow{AC}) = 120^\circ$.

Vậy d) là mệnh đề **sai**.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3), B(2;1;5), C(2;4;2)$.

a) Tọa độ trung điểm của AB là $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 4\right)$.

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = (5; 7; 10)$.

c) Góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng 30° .

d) Điểm $I(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng (Oxz) thỏa mãn $T = |3\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a - 2b + 2c = 15$.

Lời giải

a) Đúng: Gọi I là trung điểm AB . Ta có

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3+5}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 4\right)$$

b) Đúng: Ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = (5; 7; 10)$.

c) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2), \overrightarrow{AC} = (1; 2; -1)$.

$$\cos(AB, AC) = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{|1 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 + 2 \cdot (-1)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{2}$$

Suy ra $(AB, AC) = 60^\circ$.

d) Sai: Gọi $K(x; y; z)$ thỏa mãn $3\overrightarrow{KB} - \overrightarrow{KC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(2-x) - (2-z) = 0 \\ 3(1-y) - (4-z) = 0 \\ 3(5-z) - (2-z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -\frac{1}{2} \\ z = \frac{13}{2} \end{cases}$

Suy ra $K\left(2; -\frac{1}{2}; \frac{13}{2}\right)$. Khi đó $T = |3\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}| = |3\overrightarrow{IK} + 3\overrightarrow{KB} - \overrightarrow{IK} - \overrightarrow{KC}| = |2\overrightarrow{IK}| = 2IK$.

T đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi I là hình chiếu của K trên (Oxz) suy ra $I\left(2; 0; \frac{13}{2}\right)$.

Suy ra $a = 2, b = 0, c = \frac{13}{2}$. Vậy $a - 2b + 2c = 15$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6. (3 Điểm)

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-5; 2; 3)$ và B là điểm đối xứng với A qua trục Oy . Tính độ dài đoạn thẳng AB (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Lời giải

Vì B là điểm đối xứng với A qua trục Oy nên $B(5; 2; -3)$.

Do đó $\overrightarrow{AB} = (10; 0; -6)$.

Vậy $AB = \sqrt{100 + 36} = \sqrt{136} = 2\sqrt{34}$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, tính cosin của góc giữa hai vector $\vec{u} = (10; 10; 20)$, $\vec{v} = (10; -20; 10)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Ta có: $\cos(\vec{u}; \vec{v}) = \frac{10 \times 10 + 10 \times (-20) + 20 \times 10}{\sqrt{10^2 + 10^2 + 20^2} \cdot \sqrt{10^2 + (-20)^2 + 10^2}} = \frac{1}{6}$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;5), B(2;4;-3), C(3;3;1)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC và M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) . Độ dài GM ngắn nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

G là trọng tâm tam giác ABC , suy ra $G\left(\frac{1+2+3}{3}; \frac{2+4+3}{3}; \frac{5+(-3)+1}{3}\right) = (2;3;1)$.

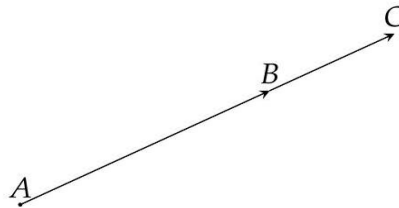
Gọi H là hình chiếu vuông góc của G trên mặt phẳng (Oxy) , khi đó GH là khoảng cách từ G đến mặt phẳng (Oxy) , ta có $GH = d(G, (Oxy)) = 1$

Với M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) , ta có $GM \geq GH = 1$.

Do đó GM ngắn nhất $\Leftrightarrow M \equiv H$. Vậy độ dài GM ngắn nhất bằng 1.

Câu 4: Trong không gian với một hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị đó lấy theo kilomet), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 5 phút tiếp theo, khoảng cách từ máy bay đến gốc tọa độ O bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải



Gọi $C(x; y; z)$ là vị trí của máy bay sau 5 phút tiếp theo. Vì hướng của máy bay không đổi nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng. Do vận tốc của máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên $AB = 2BC$.

Do đó: $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \left(\frac{940-800}{2}; \frac{550-500}{2}; \frac{8-7}{2} \right) = (70; 25; 0,5)$

Mặt khác, $\overrightarrow{BC} = (x-940; y-550; z-8)$ nên
$$\begin{cases} x-940 = 70 \\ y-550 = 25 \\ z-8 = 0,5 \end{cases}$$

Từ đó
$$\begin{cases} x = 1010 \\ y = 575 \\ z = 8,5 \end{cases}$$
 và vì vậy $C(1010; 575; 8,5)$.

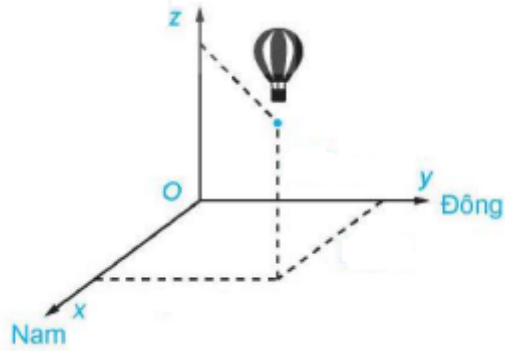
Vậy tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $(1010; 575; 8,5)$.

Khi đó, khoảng cách từ máy bay đến gốc O là $\sqrt{1010^2 + 575^2 + 8,5^2} \approx 1162$.

Câu 5: Một chiếc khinh khí cầu bay lên tại điểm. Sau một thời gian bay, chiếc khinh khí cầu cách điểm xuất phát về phía Đông $10(km)$ và về phía Nam $5(km)$, đồng thời cách mặt đất $400(m)$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$, với gốc đặt tại điểm xuất phát của khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, trục Ox hướng về phía Nam, trục Oy hướng về phía Đông, trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilômét (xem hình vẽ).

Xác định khoảng cách của chiếc khinh khí cầu với vị trí tại điểm xuất phát của nó.



Lời giải

Chiếc khinh khí cầu có tọa độ $(5; 10; 0,4)$.

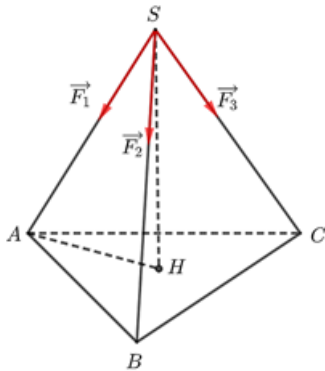
Khoảng cách của chiếc khinh khí cầu với vị trí tại điểm xuất phát là: $\sqrt{5^2 + 10^2 + (0,4)^2} \approx 11,2 (km)$

Câu 6: Một chiếc máy đo đạc trắc địa được đặt trên một giá đỡ ba chân. Trọng lực tác dụng lên chiếc máy có độ lớn là 30 N và được phân bố thành ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lên ba chân của giá đỡ. Ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau và góc tạo bởi mỗi chân của giá đỡ và mặt đất là 60° . Hỏi độ lớn của lực $\vec{F}_1$ là bao nhiêu N (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)?



Lời giải

Đáp án: 11,5.



Giả sử chiếc máy đo đạc được đặt ở điểm S ; mặt phẳng (ABC) là mặt đất; ba chân của giá đỡ tương ứng với ba cạnh SA, SB, SC ; các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ được mô tả như hình vẽ bên.

Gọi H là trọng tâm của tam giác ABC .

Khi đó, $SH \perp (ABC)$ và $\vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC} = \vec{0}$.

Vì ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ có độ lớn bằng nhau và góc tạo bởi mỗi chân của giá đỡ và mặt đất là 60° nên tồn tại số thực $k (k \neq 0)$ để $\vec{F}_1 = k\vec{SA}, \vec{F}_2 = k\vec{SB}, \vec{F}_3 = k\vec{SC}$ và $\angle SAH = 60^\circ$.

Ta có $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = k(\vec{SA} + \vec{SB} + \vec{SC}) = k(3\vec{SH} + \vec{HA} + \vec{HB} + \vec{HC}) = 3k\vec{SH}$.

Lại có $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P}$, ở đó $\vec{P}$ là trọng lực tác dụng lên chiếc máy đo đặc và $|\vec{P}| = 30 \text{ N}$.

Khi đó, $3k\vec{SH} = \vec{P}$. Suy ra $3k|\vec{SH}| = |\vec{P}| = 30$, do đó $SH = |\vec{SH}| = \frac{30}{3k} = \frac{10}{k}$.

Tam giác SAH vuông tại H nên $SA = \frac{SH}{\sin \angle SAH} = \frac{\frac{10}{k}}{\sin 60^\circ} = \frac{20\sqrt{3}}{3k}$.

Suy ra $|\vec{F}_1| = k|\vec{SA}| = \frac{20\sqrt{3}}{3} \approx 11,5 \text{ (N)}$.

Vậy độ lớn của lực $\vec{F}_1$ xấp xỉ bằng 11,5 N.