

## BÀI TẬP RÈN LUYỆN

### GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC TỪ $0^\circ$ ĐẾN $180^\circ$ .

**Câu 1.** Tính giá trị các biểu thức sau:

a)  $A = a^2 \sin 90^\circ + b^2 \cos 90^\circ + c^2 \cos 180^\circ$

b)  $B = 3 - \sin^2 90^\circ + 2 \cos^2 60^\circ - 3 \tan^2 45^\circ$

c)  $C = \sin^2 45^\circ - 2 \sin^2 50^\circ + 3 \cos^2 45^\circ - 2 \sin^2 40^\circ + 4 \tan 55^\circ \cdot \tan 35^\circ$

**Lời giải**

a)  $A = a^2 \sin 90^\circ + b^2 \cos 90^\circ + c^2 \cos 180^\circ = a^2 \cdot 1 + b^2 \cdot 0 + c^2 \cdot (-1) = a^2 - c^2.$

b)  $B = 3 - \sin^2 90^\circ + 2 \cos^2 60^\circ - 3 \tan^2 45^\circ = 3 - (1)^2 + 2 \left(\frac{1}{2}\right)^2 - 3 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = 1.$

c)  $C = \sin^2 45^\circ - 2 \sin^2 50^\circ + 3 \cos^2 45^\circ - 2 \sin^2 40^\circ + 4 \tan 55^\circ \cdot \tan 35^\circ$

$$C = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + 3 \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 - 2(\sin^2 50^\circ + \cos^2 40^\circ) + 4 = \frac{1}{2} + \frac{3}{2} - 2 + 4 = 4.$$

**Câu 2.** Tính giá trị các biểu thức sau:

a)  $A = \sin^2 3^\circ + \sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ + \sin^2 87^\circ$

b)  $B = \cos 0^\circ + \cos 20^\circ + \cos 40^\circ + \dots + \cos 160^\circ + \cos 180^\circ$

c)  $C = \tan 5^\circ \tan 10^\circ \tan 15^\circ \dots \tan 80^\circ \tan 85^\circ$

**Lời giải:**

a)  $A = (\sin^2 3^\circ + \sin^2 87^\circ) + (\sin^2 15^\circ + \sin^2 75^\circ)$

$$= (\sin^2 3^\circ + \cos^2 3^\circ) + (\sin^2 15^\circ + \cos^2 15^\circ) = 1 + 1 = 2$$

b)  $B = (\cos 0^\circ + \cos 180^\circ) + (\cos 20^\circ + \cos 160^\circ) + \dots + (\cos 80^\circ + \cos 100^\circ)$

$$= (\cos 0^\circ - \cos 0^\circ) + (\cos 20^\circ - \cos 20^\circ) + \dots + (\cos 80^\circ - \cos 80^\circ) = 0$$

c)  $C = (\tan 5^\circ \tan 85^\circ)(\tan 15^\circ \tan 75^\circ) \dots (\tan 45^\circ \tan 45^\circ)$

$$= (\tan 5^\circ \cot 5^\circ)(\tan 15^\circ \cot 15^\circ) \dots (\tan 45^\circ \cot 45^\circ) = 1$$

**Câu 3.** Cho  $\sin \alpha = \frac{1}{3}$  với  $90^\circ < \alpha < 180^\circ$ . Tính  $\cos \alpha$  và  $\tan \alpha$

**Lời giải:**

Vì  $90^0 < \alpha < 180^0$  nên  $\cos \alpha < 0$  mặt khác  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$  suy ra

$$\cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{1}{9}} = -\frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\text{Do đó } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{1}{3}}{-\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

**Câu 4.** Cho  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$  và  $\sin \alpha > 0$ . Tính  $\sin \alpha$  và  $\cot \alpha$

**Lời giải:**

$$\text{Vì } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \text{ và } \sin \alpha > 0, \text{ nên } \sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3} \text{ và}$$

$$\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-\frac{2}{3}}{\frac{\sqrt{5}}{3}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

**Câu 5.** Cho  $\cos x = \frac{1}{2}$ . Tính biểu thức  $P = 3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x$

**Lời giải:**

$$\text{Ta có } P = 3 \sin^2 x + 4 \cos^2 x = 3(\sin^2 x + \cos^2 x) + \cos^2 x = 3 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{13}{4}.$$

**Câu 6.** Cho biết  $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$ . Tính giá trị của biểu thức  $E = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha}$ ?

**Lời giải:**

$$E = \frac{\cot \alpha + 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha + \tan \alpha} = \frac{1 + 3 \tan^2 \alpha}{2 + \tan^2 \alpha} = \frac{3(\tan^2 \alpha + 1) - 2}{1 + (1 + \tan^2 \alpha)} = \frac{\frac{3}{\cos^2 \alpha} - 2}{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1} = \frac{3 - 2 \cos^2 \alpha}{1 + \cos^2 \alpha} = \frac{19}{13}$$

**Câu 7.** Cho  $\cot \alpha = \frac{1}{3}$ . Tính giá trị của biểu thức  $A = \frac{3 \sin \alpha + 4 \cos \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \cos \alpha}$

**Lời giải:**

$$A = \frac{3 \sin \alpha + 4 \sin \alpha \cdot \cot \alpha}{2 \sin \alpha - 5 \sin \alpha \cdot \cot \alpha} = \frac{3 + 4 \cot \alpha}{2 - 5 \cot \alpha} = 13$$

**Câu 8.** Cho  $\tan \gamma = -2\sqrt{2}$  tính giá trị lượng giác còn lại.

**Lời giải:**

$$\text{Vì } \tan \alpha = -2\sqrt{2} < 0 \Rightarrow \cos \alpha < 0 \text{ mặt khác } \tan^2 \alpha + 1 = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$$

$$\text{Nên } \cos \alpha = -\sqrt{\frac{1}{\tan^2 + 1}} = -\sqrt{\frac{1}{8+1}} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{Ta có } \tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} \Rightarrow \sin \alpha = \tan \alpha \cdot \cos \alpha = -2\sqrt{2} \cdot \left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$$

$$\Rightarrow \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} = \frac{-\frac{1}{3}}{\frac{2\sqrt{2}}{3}} = -\frac{1}{2\sqrt{2}}$$

**Câu 9.** Cho  $\cos \alpha = \frac{3}{4}$  với  $0^\circ < \alpha < 90^\circ$ . Tính  $A = \frac{\tan \alpha + 3 \cot \alpha}{\tan \alpha + \cot \alpha}$ .

**Lời giải:**

$$\text{Ta có } A = \frac{\tan \alpha + 3 \frac{1}{\tan \alpha}}{\tan \alpha + \frac{1}{\tan \alpha}} = \frac{\frac{\tan^2 \alpha + 3}{\tan \alpha}}{\frac{\tan^2 \alpha + 1}{\tan \alpha}} = \frac{\tan^2 \alpha + 3}{\tan^2 \alpha + 1} = \frac{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + 2}{\frac{1}{\cos^2 \alpha}} = 1 + 2 \cos^2 \alpha$$

$$\text{Suy ra } A = 1 + 2 \cdot \frac{9}{16} = \frac{17}{8}$$

**Câu 10.** Cho  $\tan \alpha = \sqrt{2}$ . Tính  $B = \frac{\sin \alpha - \cos \alpha}{\sin^3 \alpha + 3 \cos^3 \alpha + 2 \sin \alpha}$

**Lời giải:**

$$B = \frac{\frac{\sin \alpha}{\cos^3 \alpha} - \frac{\cos \alpha}{\cos^3 \alpha}}{\frac{\sin^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{3 \cos^3 \alpha}{\cos^3 \alpha} + \frac{2 \sin \alpha}{\cos^3 \alpha}} = \frac{\tan \alpha (\tan^2 \alpha + 1) - (\tan^2 \alpha + 1)}{\tan^3 \alpha + 3 + 2 \tan \alpha (\tan^2 \alpha + 1)}$$

$$\text{Suy ra } B = \frac{\sqrt{2}(2+1) - (2+1)}{2\sqrt{2} + 3 + 2\sqrt{2}(2+1)} = \frac{3(\sqrt{2}-1)}{3+8\sqrt{2}}.$$

**Câu 11.** Chứng minh các đẳng thức sau (giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

a)  $\sin^4 x + \cos^4 x = 1 - 2 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$

b)  $\frac{1 + \cot x}{1 - \cot x} = \frac{\tan x + 1}{\tan x - 1}$

c)  $\frac{\cos x + \sin x}{\cos^3 x} = \tan^3 x + \tan^2 x + \tan x + 1$

**Lời giải**

a)  $\sin^4 x + \cos^4 x = \sin^4 x + \cos^4 x + 2 \sin^2 x \cos^2 x - 2 \sin^2 x \cos^2 x$

$$= (\sin^2 x + \cos^2 x)^2 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$= 1 - 2 \sin^2 x \cos^2 x$$

$$\begin{aligned} \text{b) } \frac{1 + \cot x}{1 - \cot x} &= \frac{1 + \frac{1}{\tan x}}{1 - \frac{1}{\tan x}} = \frac{\frac{\tan x + 1}{\tan x}}{\frac{\tan x - 1}{\tan x}} = \frac{\tan x + 1}{\tan x - 1} \\ \text{c) } \frac{\cos x + \sin x}{\cos^3 x} &= \frac{1}{\cos^2 x} + \frac{\sin x}{\cos^3 x} = \tan^2 x + 1 + \tan x (\tan^2 x + 1) \\ &= \tan^3 x + \tan^2 x + \tan x + 1 \end{aligned}$$

**Câu 12.** Đơn giản các biểu thức sau (giả sử các biểu thức sau đều có nghĩa)

$$\text{a) } A = \sin(90^\circ - x) + \cos(180^\circ - x) + \sin^2 x (1 + \tan^2 x) - \tan^2 x$$

$$\text{b) } B = \frac{1}{\sin x} \cdot \sqrt{\frac{1}{1 + \cos x} + \frac{1}{1 - \cos x}} - \sqrt{2}$$

**Lời giải:**

$$\text{a) } A = \cos x - \cos x + \sin^2 x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} - \tan^2 x = 0$$

$$\text{b) } B = \frac{1}{\sin x} \cdot \sqrt{\frac{1 - \cos x + 1 + \cos x}{(1 - \cos x)(1 + \cos x)}} - \sqrt{2}$$

$$= \frac{1}{\sin x} \cdot \sqrt{\frac{2}{1 - \cos^2 x}} - \sqrt{2} = \frac{1}{\sin x} \cdot \sqrt{\frac{2}{\sin^2 x}} - \sqrt{2}$$

$$= \sqrt{2} \left( \frac{1}{\sin^2 x} - 1 \right) = \sqrt{2} \cot^2 x$$

## BÀI TẬP RÈN LUYỆN HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

**Câu 1.** Cho tam giác  $ABC$  có  $AB = 4, AC = 6, A = 120^\circ$ . Tính độ dài cạnh  $BC$

**Lời giải**

$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 6^2 + 4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \cos 120^\circ \\ &= 6^2 + 4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \frac{-1}{2} = 76 \Rightarrow BC = \sqrt{76} = 2\sqrt{19}. \end{aligned}$$

**Câu 2.** Cho tam giác  $ABC$  có  $a = 7; b = 8; c = 5$ . Tính  $A, S, h_a, R$ .

**Lời giải**

$$+ \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{8^2 + 5^2 - 7^2}{2 \cdot 8 \cdot 5} = \frac{1}{2} \Rightarrow A = 60^\circ.$$

$$+ S = \frac{1}{2} b \cdot c \cdot \sin A = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 5 \cdot \sin 60^\circ = 10\sqrt{3}.$$

$$+ \text{Ta có: } S = \frac{1}{2} a \cdot h_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} = \frac{2 \cdot 10\sqrt{3}}{7} = \frac{20\sqrt{3}}{7}.$$

$$+ \text{Ta có: } S = \frac{a.b.c}{4R} \Rightarrow R = \frac{a.b.c}{4S} = \frac{7.8.5}{4.10\sqrt{3}} = \frac{7\sqrt{3}}{3}.$$

**Câu 3.** Cho tam giác  $ABC$  có độ dài ba cạnh là  $AB = 2$ ,  $BC = 5$ ,  $CA = 6$ . Tính độ dài đường trung tuyến  $MA$ , với  $M$  là trung điểm của  $BC$ .

**Lời giải**

Áp dụng công thức tính độ dài trung tuyến ta có:

$$MA = \sqrt{\frac{AB^2 + AC^2}{2} - \frac{BC^2}{4}} = \sqrt{\frac{2^2 + 6^2}{2} - \frac{5^2}{4}} = \frac{\sqrt{55}}{2}.$$

**Câu 4.** Tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AC = 6$  cm,  $BC = 10$  cm. Tính bán kính đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$ .

**Lời giải**

Do tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$  có  $AC = 6$  cm,  $BC = 10$  cm nên

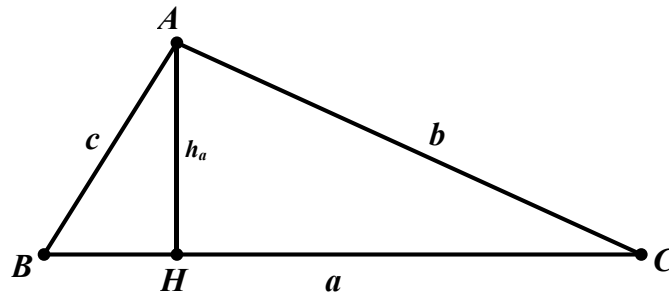
$$AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8.$$

Diện tích tam giác  $ABC$  là  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB.AC = 24$ .

Bán kính đường tròn nội tiếp tam giác  $ABC$  là  $r = \frac{2S_{\triangle ABC}}{AB + BC + CA} = \frac{2.24}{6+8+10} = 2$ .

**Câu 5.** Cho tam giác  $ABC$  có  $b = 7$ ,  $c = 5$ ,  $\cos A = \frac{3}{5}$ . Tính độ dài đường cao  $h_a$  của tam giác  $ABC$ .

**Lời giải**



Theo định lí hàm cos ta có  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A = 49 + 25 - 2.7.5.\frac{3}{5} = 32 \Rightarrow a = 4\sqrt{2}$ .

Ta lại có:  $\cos A = \frac{3}{5} \Rightarrow \sin A = \frac{4}{5}$ .

Diện tích tam giác  $ABC$  là  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} bc \sin A = \frac{1}{2} . 7.5. \frac{4}{5} = 14$ .

Vì  $S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} a.h_a$  nên  $h_a = \frac{2S_{\triangle ABC}}{a} = \frac{28}{4\sqrt{2}} = \frac{7\sqrt{2}}{2}$

Vậy  $h_a = \frac{7\sqrt{2}}{2}$ .

**Câu 6.** Cho tam giác ABC có  $a = 13, b = 8, c = 7$ . Tính góc A, suy ra S,  $h_a$ , R, r,  $m_a$ .

**Lời giải**

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = -\frac{1}{2} \Rightarrow A = 120^\circ$$

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \cdot 56 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 14\sqrt{3}$$

$$S = \frac{1}{2}a.h_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} = \frac{28\sqrt{3}}{13}$$

$$S = \frac{abc}{4R} \Rightarrow R = \frac{abc}{4S} = \frac{7 \cdot 8 \cdot 13}{4 \cdot 14\sqrt{3}} = \frac{13\sqrt{3}}{3}$$

$$S = p.r \Rightarrow r = \frac{2S}{a+b+c} = \frac{2 \cdot 14\sqrt{3}}{7+8+13} = \sqrt{3}$$

$$m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4} \Rightarrow m_a = \frac{\sqrt{57}}{2}$$

**Câu 7.** Cho tam giác ABC có  $AB = 4, AC = 5$  và  $\cos A = \frac{3}{5}$ . Tính cạnh BC, và độ dài đường cao kẻ từ A.

**Lời giải**

Áp dụng định lý côsin ta có

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB.AC.\cos A = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \frac{3}{5} = 17 \text{ Suy ra } BC = \sqrt{17}$$

$$\text{Vì } \sin^2 A + \cos^2 A = 1 \text{ nên } \sin A = \sqrt{1 - \cos^2 A} = \sqrt{1 - \frac{9}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Theo công thức tính diện tích ta có } S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.AC.\sin A = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5 \cdot \frac{4}{5} = 8 \quad (1)$$

$$\text{Mặt khác } S_{ABC} = \frac{1}{2}a.h_a = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{17} \cdot h_a \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2) suy ra } \frac{1}{2} \cdot \sqrt{17} \cdot h_a = 8 \Rightarrow h_a = \frac{16\sqrt{17}}{17}$$

$$\text{Vậy độ dài đường cao kẻ từ A là } h_a = \frac{16\sqrt{17}}{17}$$

**Câu 8.** Cho tam giác ABC cân tại A biết  $a = \sqrt{3}; B = C = 30^\circ$ . Tính R, r, cạnh c, b, suy ra S

**Lời giải**

Áp dụng định lý sin:

$$\frac{a}{\sin A} = 2R \Rightarrow R = \frac{a}{2 \sin A} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}} = 1$$

$$\Rightarrow b = c = 2R \sin 30^\circ = 1$$

$$S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{\sqrt{3}}{4}$$

$$r = \frac{S}{p} = \frac{\sqrt{3}}{2}(2 - \sqrt{3}).$$

**Câu 9.** Cho tam giác  $ABC$  nội tiếp đường tròn bán kính bằng 3, biết  $A = 30^\circ$ ,  $B = 45^\circ$ . Tính độ dài trung tuyến kẻ từ A và bán kính đường tròn nội tiếp tam giác.

**Lời giải**

$$\text{Ta có } C = 180^\circ - A - B = 180^\circ - 30^\circ - 45^\circ = 105^\circ$$

$$\text{Theo định lí sin ta có } a = 2R \sin A = 2.3. \sin 30^\circ = 3,$$

$$b = 2R \sin B = 2.3. \sin 45^\circ = 6. \frac{\sqrt{2}}{2} = 3\sqrt{2}$$

$$c = 2R \sin C = 2.3. \sin 105^\circ \approx 5,796$$

Theo công thức đường trung tuyến ta có

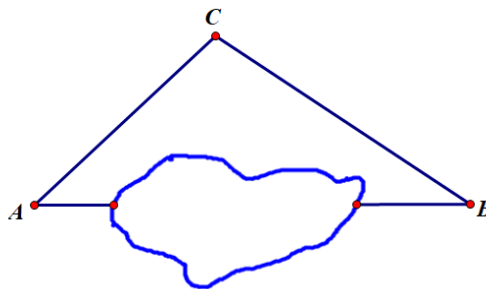
$$m_a^2 = \frac{2b^2 + c^2 - a^2}{4} \approx \frac{2 \cdot 18 + 5,796^2 - 9}{4} = 23,547$$

Theo công thức tính diện tích tam giác ta có

$$\begin{aligned} S_{ABC} &= pr = \frac{1}{2}bc \sin A \Rightarrow r = \frac{bc \sin A}{2p} \\ &\approx \frac{3\sqrt{2} \cdot 5,796 \sin 30^\circ}{3 + 3\sqrt{2} + 5,796} \approx 0,943 \end{aligned}$$

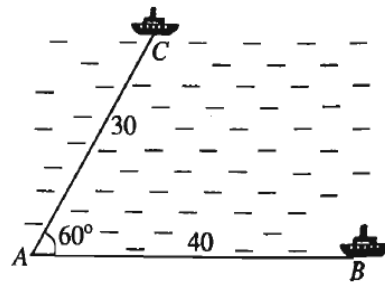
**Câu 10.** Khoảng cách từ A đến B không thể đo trực tiếp được vì phải qua một đầm lầy. Người ta xác định được một điểm C mà từ đó có thể nhìn được A và B dưới một góc  $60^\circ$ . Biết  $CA = 200(\text{m})$ ,  $CB = 180(\text{m})$ . Khoảng cách AB bằng bao nhiêu?

**Lời giải**



$$AB^2 = CA^2 + CB^2 - 2CA.CB.\cos 60^\circ = 36400 \Rightarrow AB = 20\sqrt{91}(\text{m}).$$

**Câu 11.** Hai chiếc tàu thủy cùng xuất phát từ vị trí  $A$ , đi thẳng theo hai hướng tạo với nhau một góc  $60^\circ$ . Tàu thứ nhất chạy với tốc độ  $30\text{ km/h}$ , tàu thứ hai chạy với tốc độ  $40\text{ km/h}$ . Hỏi sau 2 giờ hai tàu cách nhau bao nhiêu  $\text{km}$ ?



**Lời giải**

Ta có: Sau  $2h$  quãng đường tàu thứ nhất chạy được là:  $S_1 = 30 \cdot 2 = 60\text{ km}$ .

Sau  $2h$  quãng đường tàu thứ hai chạy được là:  $S_2 = 40 \cdot 2 = 80\text{ km}$ .

Vậy: sau  $2h$  hai tàu cách nhau là:  $S = \sqrt{S_1^2 + S_2^2 - 2S_1 \cdot S_2 \cdot \cos 60^\circ} = 20\sqrt{13}$ .

**Câu 12.** Từ một đỉnh tháp chiều cao  $CD = 80\text{ m}$ , người ta nhìn hai điểm  $A$  và  $B$  trên mặt đất dưới các góc nhìn là  $72^\circ 12'$  và  $34^\circ 26'$  so với phương nằm ngang. Ba điểm  $A, B, D$  thẳng hàng. Tính khoảng cách  $AB$  (chính xác đến hàng đơn vị)?

**Lời giải**

Ta có: Trong tam giác vuông  $CDA$ :  $\tan 72^\circ 12' = \frac{CD}{AD} \Rightarrow AD = \frac{CD}{\tan 72^\circ 12'} = \frac{80}{\tan 72^\circ 12'} \approx 25,7$ .

Trong tam giác vuông  $CDB$ :  $\tan 34^\circ 26' = \frac{CD}{BD} \Rightarrow BD = \frac{CD}{\tan 34^\circ 26'} = \frac{80}{\tan 34^\circ 26'} \approx 116,7$ .

Suy ra: khoảng cách  $AB = 116,7 - 25,7 = 91\text{ m}$ .

**Câu 13.** Chứng minh rằng trong mọi tam giác  $ABC$  ta có;

a)  $a = b \cdot \cos C + c \cdot \cos B$

b)  $\sin A = \sin B \cos C + \sin C \cos B$

**Lời giải**

a) Áp dụng định lý côsin ta có:

$$\begin{aligned} VP &= b \cdot \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} + c \cdot \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} \\ &= \frac{a^2 + b^2 - c^2 + c^2 + a^2 - b^2}{2a} = a = VT \end{aligned}$$

$$\text{b) } \sin A = \sin B \cos C + \sin C \cos B \Leftrightarrow \frac{a}{2R} = \frac{b}{2R} \cdot \cos C + \frac{c}{2R} \cdot \cos B$$

$$\Leftrightarrow a = b \cdot \cos C + c \cdot \cos B$$

**Câu 14.** Chứng minh rằng trong mọi tam giác  $ABC$  ta có:  $h_a = 2R \sin B \sin C$

**Lời giải**

$$h_a = 2R \sin B \sin C \Leftrightarrow \frac{2S}{a} = 2R \frac{b}{2R} \sin C$$

$$\Leftrightarrow S = \frac{1}{2}ab \sin C \text{ (đúng)}$$

**Câu 15.** Tam giác ABC có  $BC = a$ ,  $CA = b$ ,  $AB = c$  và trung tuyến  $AM = AB = c$  chứng minh rằng:

a)  $a^2 = 2(b^2 - c^2)$

b)  $\sin^2 A = 2(\sin^2 B - \sin^2 C)$

**Lời giải**

a) Áp dụng công thức đường trung tuyến

$$\text{Ta có } b^2 + c^2 = \frac{a^2}{2} + 2AM^2 = \frac{a^2}{2} + 2c^2 \Rightarrow a^2 = 2(b^2 - c^2) (*)$$

b) Theo định lí sin ta có

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a^2 = 4R^2 \sin^2 A \\ b^2 = 4R^2 \sin^2 B \\ c^2 = 4R^2 \sin^2 C \end{cases}$$

Thay vào (\*) ta có đpcm