

1. MA TRẬN ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I NĂM HỌC 2025-2026
MÔN TOÁN – LỚP 11

TT	Chủ đề/ Chương	Nội dung/đơn vị kiến thức	Mức độ đánh giá												Tổng			Tỉ lệ % điểm
			TNKQ									Tự luận						
			Nhiều lựa chọn			Đúng - Sai			Trả lời ngắn									
			Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	Biết	Hiểu	VD	
1	Hàm số LG và PTLG	GTLG của góc LG	2 TD							1 GQ					2	1		1,0
		CTLG	1 TD											1 GQ	1		1	1,25
		HSLG	1 TD							1 MHH					1	1		0,75
		PTLG										1	1 GQ		1	1		1,5
2	Dãy số- CSC – CSN	Dãy số	1 TD		1 TD										1		1	0,5
		Cấp số cộng	1 TD			2 TD	1 GQ	1 GQ							3	1	1	1,25
		Cấp số nhân	1 TD		1 TD							1 MHH				1		2
3	Các số đặc trung đo xu thế trung tâm của MSLGN	Các số đặc trung đo xu thế trung tâm	3 2TD 1GQ			2 TD	1 GQ	1 MHH		1 GQ				1 MHH	5	2	2	2,75
Tổng số câu			10		2	4	2	2		3	1	1	1	2	15	6	7	
Tổng số điểm			2,5		0,5	1,0	0,5	0,5		1,5	0,5	0,5	1,0	1,5	4,0	3,0	3,0	10đ
Tỉ lệ %			30			20			20			30			40	30	30	100%

2. BẢNG ĐẶC TẢ ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KÌ I MÔN TOÁN – LỚP 11 NĂM HỌC 2025-2026

TT	Chủ đề/ Chương	Nội dung/đơn vị kiến thức	Yêu cầu cần đạt	Số câu hỏi theo mức độ đánh giá		
				Biết	Hiểu	Vận dụng
1	Hàm số LG và PTLG	Giá trị lượng giác của góc lượng giác	Nhận biết: được các khái niệm cơ bản về góc lượng giác: khái niệm góc lượng giác; số đo của góc lượng giác; hệ thức Chasles cho các góc lượng giác; đường tròn lượng giác. Nhận biết được khái niệm giá trị lượng giác của một góc lượng giác Thông hiểu: Mô tả được bảng giá trị lượng giác lượng giác thường gặp, hệ thức cơ bản giữa các giá trị lượng giác, quan hệ giữa các giá trị lượng giác của các góc có liên quan đặc biệt: bù nhau, phụ nhau...	2	1	
		Công thức lượng giác	Nhận biết: công thức lượng giác Vận dụng: Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với các phép biến đổi lượng giác cơ bản.	1		1
		Hàm số lượng giác	Nhận biết: Nhận biết được định nghĩa các hàm lượng giác, tính chẵn lẻ, tính tuần hoàn của hàm số lượng giác Thông hiểu: Tìm TXĐ, TGT của hàm số lượng giác	1	1	
		Phương trình lượng giác	Nhận biết: được công thức nghiệm của phương trình lượng giác cơ bản, Thông hiểu: Giải được phương trình lượng giác ở dạng vận dụng trực tiếp phương trình lượng giác cơ bản	1	1	
2	Dãy số. Cấp số cộng. Cấp số nhân	Dãy số.	Nhận biết: được dãy số hữu hạn, dãy số vô hạn, dãy số tăng, dãy số giảm trong những trường hợp đơn giản Vận dụng: Tìm số hạng thứ n của dãy số cho bởi công thức truy hồi.	1		1
		Cấp số cộng	Nhận biết: được công thức của cấp số cộng hoặc một dãy số là cấp số cộng Thông hiểu: Tìm công sai của cấp số cộng khi biết công thức của số hạng tổng quát; Giải thích được công thức số hạng tổng quát của cấp số cộng.	3	1	1

			Vận dụng: Tính được tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số cộng. Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với cấp số cộng			
		Cấp số nhân.	Nhận biết: được một dãy số là cấp số nhân. Vận dụng: Tính được tổng của n số hạng đầu tiên của cấp số nhân. Giải quyết được một số vấn đề thực tiễn gắn với cấp số nhân để giải một số bài toán liên quan đến thực tiễn (ví dụ: một số vấn đề trong Vật lý, Sinh học, trong Giáo dục dân số,...).	1		2
3	Các số đặc trưng đo xu thế trung tâm của MSLGN.	Số trung bình, số trung vị, tứ phân vị và một của mẫu số liệu ghép nhóm	Nhận biết: được kích thước mẫu, độ dài nhóm, tần số, giá trị đại diện, nhóm chứa một, nhóm chứa trung vị, tứ phân vị ... trong một mẫu số liệu ghép nhóm. Thông hiểu: hiểu được ý nghĩa và vai trò của các số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong thực tiễn. Vận dụng: Tính được các số đặc trưng đo xu thế trung tâm cho mẫu số liệu ghép nhóm: số trung bình cộng, trung vị, tứ phân vị, một. Rút ra được kết luận nhờ ý nghĩa của các số đặc trưng nói trên của mẫu số liệu trong trường hợp đơn giản.	5	2	2
Tổng số câu				15	6	7
Tổng số điểm				4,0	3,0	3,0
Tỉ lệ %				40	30	30

Tổ trưởng

Nguyễn Trung Cang

Vĩnh Long, ngày 14 tháng 10 năm 2025

Người soạn

Hồ Thị Thiên Hương

3. ĐỀ THAM KHẢO KIỂM TRA GIỮA KỲ 1
NĂM HỌC 2025 – 2026
MÔN TOÁN LỚP 11

Thời gian làm bài 90 phút không kể thời gian giao đề

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Đổi số đo góc 135° ra số đo radian ta được

- A. $\frac{3\pi}{2}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{5\pi}{6}$. D. $\frac{3\pi}{5}$.

Câu 2. Cho góc α thỏa mãn $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\cos \alpha > 0$. C. $\tan \alpha > 0$. D. $\cot \alpha < 0$.

Câu 3. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$. B. $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.
C. $\cos(a+b) = \cos a \sin b + \sin a \cos b$. D. $\cos(a+b) = \sin a \cos a + \cos b \sin b$.

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Câu 5. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = n + 2$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số lần lượt là

- A. 3; 4; 5. B. 0; 1; 2. C. 2; 3; 4. D. 1; 2; 3.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 8. B. 6. C. 5. D. 7.

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = -2$. Số hạng thứ 5 là

- A. $u_5 = 8$. B. $u_5 = 1$. C. $u_5 = -5$. D. $u_5 = -7$.

Câu 8. Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

- A. 1; -3; 9; -27; 54. B. 1; 2; 4; 8; 16. C. 1; -1; 1; -1; 1. D. 1; -2; 4; -8; 16.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 8 \\ u_{n+1} = -\frac{u_n}{2} \end{cases}$. Tổng 4 số hạng đầu tiên của cấp số nhân bằng:

- A. 5. B. 15. C. -5. D. -15.

Câu 10. Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11 trường THPT A, ta được mẫu số liệu sau:

Chiều cao (cm)	Số học sinh
[150;152)	20
[152;154)	35
[154;156)	45
[156;158)	60
[158;160)	30
[160;162)	15

Tần số của nhóm $[158;160)$ bằng bao nhiêu?

- A. 15. B. 30. C. 45. D. 20.

Câu 11. Điểm thi môn Toán cuối học kì I của lớp 11A như sau

Điểm thi	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số học sinh	7	12	15	11

Độ dài của mỗi nhóm trong mẫu số liệu này là

- A. 2. B. 5. C. 3. D. 4.

Câu 12. Dựa trên bảng số liệu về chiều cao của 100 học sinh một trường trung học phổ thông dưới đây.

Chiều cao (cm)	$[150;153)$	$[153;156)$	$[156;159)$	$[159;162)$	$[162;165)$	$[165;168)$
Số học sinh	10	15	28	22	14	11

Giá trị đại diện cho nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 154,5. B. 157,5. C. 158,5. D. 160,5.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Khi đó:

- a) Công thức của số hạng tổng quát là $u_n = 1 + \frac{n}{3}$
b) Số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho là 5
c) $\frac{15}{4}$ là một số hạng của cấp số cộng đã cho
d) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2620

Câu 2. Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp 11A.

Khoảng chiều cao (cm)	$[145;150)$	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$
Số học sinh	7	14	10	10	9

- a) Mẫu số liệu ghép nhóm đã cho có 5 nhóm.
b) Các em có chiều cao 160 cm được xếp vào nhóm $[160;165)$
c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng 156
d) Một của mẫu số liệu ghép nhóm này xấp xỉ bằng 153,8

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Trong một buổi biểu diễn ở rạp xiếc, người nghệ sĩ có một tiết mục giữ thăng bằng và đạp xe 1 bánh trên 1 sợi dây dài 30m. Hỏi khi người nghệ sĩ đi hết đoạn dây thì bán kính xe đạp quét một góc lượng giác có số đo là bao nhiêu? (Tính theo đơn vị radian) Biết bánh xe đạp có bán kính bằng 0,4m.



Câu 2. Biết hàm số $y = 2 \cos \left(x - \frac{\pi}{3} \right) - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x = \frac{a}{b} \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$, với $a; b$

là các số nguyên, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị $S = a - b^2$.

Câu 3. Ta biết rằng trong 1 hồ sen, số lá sen ngày hôm sau bằng ba lần số lá sen ngày hôm trước. Biết rằng nếu ngày đầu có 1 lá sen thì tới ngày thứ 9 lá sen sẽ kín mặt hồ. Hỏi số lá sen ngày thứ 9 bằng bao nhiêu?

Câu 4. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu xấp xỉ bằng bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

PHẦN IV. Tự luận.

Câu 1. Giải phương trình

a) $\tan 3x = 1$

b) $2 \sin 2x - \sqrt{3} = 0$

Câu 2. Người ta ghi lại số tiền của khách mua xăng và cho kết quả như sau:

Số tiền (nghìn đồng)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)
Số khách hàng	3	15	10	7

Tính trung vị của mẫu số liệu. Giải thích ý nghĩa của giá trị nhận được.

Câu 3. Chứng minh rằng $\frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + \cos^2 \alpha}{2(1 - \cos \alpha)} = \cos^2 \frac{\alpha}{2}$

-----Hết-----

HƯỚNG DẪN GIẢI

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12.
Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Đổi số đo góc 135° ra số đo radian ta được

- A. $\frac{3\pi}{2}$. B. $\frac{3\pi}{4}$. C. $\frac{5\pi}{6}$. D. $\frac{3\pi}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\pi \text{ rad} = 180^\circ$ nên $135^\circ = \frac{\pi}{180} \cdot 135 = \frac{3\pi}{4} \text{ rad}$.

Câu 2. Cho góc α thỏa mãn $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$. Chọn khẳng định đúng.

- A. $\sin \alpha > 0$. B. $\cos \alpha > 0$. C. $\tan \alpha > 0$. D. $\cot \alpha < 0$.

Lời giải

Do $\pi < \alpha < \frac{3\pi}{2}$ nên $\tan \alpha > 0$

Câu 3. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. $\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$. B. $\cos(a+b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$.
C. $\cos(a+b) = \cos a \sin b + \sin a \cos b$. D. $\cos(a+b) = \sin a \cos a + \cos b \sin b$.

Lời giải

Chọn A

Câu 4. Tập xác định của hàm số $y = \frac{\sin x}{1 - \cos x}$ là

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $D = \mathbb{R} \setminus \{k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{k\pi}{2} \mid k \in \mathbb{Z} \right\}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số xác định khi và chỉ khi $1 - \cos x \neq 0 \Leftrightarrow \cos x \neq 1 \Leftrightarrow x \neq k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 5. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = n + 2$. Ba số hạng đầu tiên của dãy số lần lượt là

- A. 3; 4; 5. B. 0; 1; 2. C. 2; 3; 4. D. 1; 2; 3.

Câu 6. Cho dãy số (u_n) , biết $u_n = \frac{n+1}{2n+1}$. Số $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ mấy của dãy số?

- A. 8. B. 6. C. 5. D. 7.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_n = \frac{8}{15} \Leftrightarrow \frac{n+1}{2n+1} = \frac{8}{15} (n \in \mathbb{N}^*) \Leftrightarrow 15n + 15 = 16n + 8 \Leftrightarrow n = 7$. Vậy $\frac{8}{15}$ là số hạng thứ 7 của dãy số (u_n) .

Câu 7. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = -2$. Số hạng thứ 5 là

- A. $u_5 = 8$. B. $u_5 = 1$. C. $u_5 = -5$. D. $u_5 = -7$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $u_5 = u_1 + 4d = 3 + 4 \cdot (-2) = -5$.

Câu 8. Dãy số nào sau đây **không phải** là cấp số nhân?

- A.** 1; -3; 9; -27; 54. **B.** 1; 2; 4; 8; 16. **C.** 1; -1; 1; -1; 1. **D.** 1; -2; 4; -8; 16.

Câu 9. Cho cấp số nhân (u_n) : $\begin{cases} u_1 = 8 \\ u_{n+1} = -\frac{u_n}{2} \end{cases}$. Tổng 4 số hạng đầu tiên của cấp số nhân bằng:

- A.** 5. **B.** 15. **C.** -5. **D.** -15.

Lời giải

$$\text{Do } u_{n+1} = -\frac{u_n}{2} \text{ nên } q = -\frac{1}{2}. \text{ Khi đó, } S_4 = u_1 \cdot \frac{1-q^4}{1-q} = 8 \cdot \frac{1-\left(-\frac{1}{2}\right)^4}{1-\left(-\frac{1}{2}\right)} = 5.$$

Câu 10. Điều tra về chiều cao của học sinh khối lớp 11 trường THPT A, ta được mẫu số liệu sau:

Chiều cao (cm)	Số học sinh
[150;152)	20
[152;154)	35
[154;156)	45
[156;158)	60
[158;160)	30
[160;162)	15

Tần số của nhóm [158;160) bằng bao nhiêu?

- A.** 15. **B.** 30. **C.** 45. **D.** 20.

Chọn B

Câu 11. Điểm thi môn Toán cuối học kì I của lớp 11A như sau

Điểm thi	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Số học sinh	7	12	15	11

Độ dài của mỗi nhóm trong mẫu số liệu này là

- A.** 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Chọn A

Câu 12. Dựa trên bảng số liệu về chiều cao của 100 học sinh một trường trung học phổ thông dưới đây.

Chiều cao (cm)	[150;153)	[153;156)	[156;159)	[159;162)	[162;165)	[165;168)
Số học sinh	10	15	28	22	14	11

Giá trị đại diện cho nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A.** 154,5. **B.** 157,5. **C.** 158,5. **D.** 160,5.

Lời giải

Nhóm chứa một của mẫu số liệu ghép nhóm trên là [156;159).

Giá trị đại diện cho nhóm là 157,5.

Chọn B

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = \frac{3}{2}$, công sai $d = \frac{1}{2}$. Khi đó:

- a) Công thức của số hạng tổng quát là $u_n = 1 + \frac{n}{3}$
- b) Số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho là 5
- c) $\frac{15}{4}$ là một số hạng của cấp số cộng đã cho
- d) Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng (u_n) bằng 2620

Lời giải

a) **Sai.** Ta có: $u_n = u_1 + (n-1)d = \frac{3}{2} + (n-1) \cdot \frac{1}{2} = 1 + \frac{n}{2}$.

b) **Đúng.** $u_8 = u_1 + 7d = \frac{3}{2} + 7 \cdot \frac{1}{2} = 5$. suy ra số hạng thứ 8 của cấp số cộng đã cho là 5

c) **Sai.** Xét $\frac{15}{4} = 1 + \frac{n}{2} \Rightarrow n = \frac{11}{2} \notin \mathbb{N}^*$; suy ra $\frac{15}{4}$ không là một số hạng của cấp số cộng đã cho.

d) **Sai.** Tổng 100 số hạng đầu của cấp số cộng là: $S_{100} = \frac{100 \left[2 \cdot \frac{3}{2} + (100-1) \cdot \frac{1}{2} \right]}{2} = 2625$.

Câu 2. Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 50 học sinh lớp 11A.

Khoảng chiều cao (cm)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	7	14	10	10	9

- a) Mẫu số liệu ghép nhóm đã cho có 5 nhóm.
- b) Các em có chiều cao 160 cm được xếp vào nhóm [160;165)
- c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng 156
- d) Một của mẫu số liệu ghép nhóm này xấp xỉ bằng 153,8

Lời giải

a) **Đúng**

b) **Đúng**

c) **Sai.** Số trung bình của mẫu số liệu

$$\bar{x} = \frac{147,5 \cdot 7 + 152,5 \cdot 14 + 157,5 \cdot 10 + 162,5 \cdot 10 + 167,5 \cdot 9}{50} = 157,5$$

d) **Sai.** Tần số lớn nhất là 14 nên nhóm chứa một là nhóm [150;155).

Ta có $j = 2; a_2 = 150; m_2 = 14; m_1 = 7; m_3 = 10; h = 5$.

$$\text{Do đó } M_0 = 150 + \frac{14-7}{(14-7)+(14-10)} \cdot 5 \approx 153,18.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Trong một buổi biểu diễn ở rạp xiếc, người nghệ sĩ có một tiết mục giữ thăng bằng và đạp xe 1 bánh trên 1 sợi dây dài $30m$. Hỏi khi người nghệ sĩ đi hết đoạn dây thì bán kính xe đạp quét một góc lượng giác có số đo là bao nhiêu? (Tính theo đơn vị radian) Biết bánh xe đạp có bán kính bằng $0,4m$.



Lời giải

Đáp số: 75

Gọi góc lượng giác mà bán kính xe đạp quét được khi đi hết sợi dây là $\alpha(rad)$.

$$\text{Ta có: } l = \alpha.R \Leftrightarrow 30 = \alpha.0,4 \Leftrightarrow \alpha = \frac{30}{0,4} = 75(rad).$$

Câu 2. Biết hàm số $y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x = \frac{a}{b}\pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$, với $a; b$ là các số nguyên, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị $S = a - b^2$.

Lời giải

Đáp số: -5

$$\text{Xét hàm số } y = 2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1.$$

$$\text{TXĐ: } D = \mathbb{R}.$$

$$\text{Ta có: } -1 \leq \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Leftrightarrow -2 \leq 2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) \leq 2, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -3 \leq 2\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) - 1 \leq 1, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow \min_{\mathbb{R}} y = -3 \Leftrightarrow \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) = -1 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{3} = \pi + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

$$\text{Vậy } a = 4; b = 3 \Rightarrow a - b^2 = -5.$$

Câu 3. Ta biết rằng trong 1 hồ sen, số lá sen ngày hôm sau bằng ba lần số lá sen ngày hôm trước. Biết rằng nếu ngày đầu có 1 lá sen thì tới ngày thứ 9 lá sen sẽ kín mặt hồ. Hỏi số lá sen ngày thứ 9 bằng bao nhiêu?

Lời giải

Đáp số: 6561

Ngày đầu có 1 lá sen tức là $u_1=1$

Ngày thứ 2 có 3 lá sen tức là $u_2=3$

Ngày thứ 3 có 9 lá sen tức là $u_3=9$

Số lá sen ngày thứ nhất, ngày thứ hai, ngày thứ ba,...lập thành 1 cấp số nhân có số hạng đầu $u_1=1$, công bội $q=3$. Số lá sen ngày thứ 9 là $u_9=1.3^8=6561$

Câu 4. Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5; 7)	[7; 9)	[9; 11)	[11; 13)	[13; 15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu xấp xỉ bằng bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)

Đáp số: 11

Lời giải

Cỡ mẫu là $n=20$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{20}$ là doanh thu bán hàng trong 20 ngày xếp theo thứ tự không giảm.

Khi đó $x_1, x_2 \in [5; 7)$, $x_3, \dots, x_9 \in [7; 9)$, $x_{10}, \dots, x_{16} \in [9; 11)$, $x_{17}, \dots, x_{19} \in [11; 13)$, $x_{20} \in [13; 15)$.

Tứ phân vị thứ ba Q_3 của mẫu số liệu là $\frac{x_{15} + x_{16}}{2}$. Do x_{15}, x_{16} đều thuộc nhóm $[9; 11)$ nên nhóm này chứa Q_3 .

Vậy, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu thuộc nhóm $[9; 11)$.

Do đó $p=3, a_3=9, m_3=7, m_1+m_2=9, a_4-a_3=2$.

Vậy $Q_3 = 9 + \frac{\frac{3 \cdot 20}{4} - (2+7)}{7} \cdot (11-9) = \frac{75}{7} \approx 11$.

PHẦN IV. Tự luận.

Câu 1. Giải phương trình

a) $\tan 3x = \tan x$

b) $2 \sin 2x - \sqrt{3} = 0$

Câu 2. Người ta ghi lại số tiền của khách mua xăng và cho kết quả như sau:

Số tiền (nghìn đồng)	[0; 30)	[30; 60)	[60; 90)	[90; 120)
Số khách hàng	3	15	10	7

Tính trung vị của mẫu số liệu. Giải thích ý nghĩa của giá trị nhận được.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n=35$.

- Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{35}$ là số tiền xăng của 35 khách hàng và giả sử dãy này đã được sắp xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, trung vị là x_{18} . Do x_{18} thuộc nhóm $[30; 60)$ nên nhóm này chứa trung vị. Do đó, $p=2; a_2=30; m_2=15; m_1=3; a_3-a_2=60-30=30$ và ta có:

$$M_e = 30 + \frac{\frac{35}{2} - 3}{15} \cdot 30 = 59.$$

Ý nghĩa: Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ cho trung vị của mẫu số liệu gốc, nó chia mẫu số liệu gốc thành hai phần, mỗi phần chứa 50% giá trị. Từ đó ta thấy trung vị của mẫu số liệu gốc xấp xỉ bằng 59, giá trị này là ngưỡng để chia mẫu số liệu gốc thành 2 phần.

Câu 3. Chứng minh rằng $\frac{\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha + \cos^2 \alpha}{2(1 - \cos \alpha)} = \cos^2 \frac{\alpha}{2}$

Lời giải

$$\begin{aligned} VT &= \frac{\sin^4 \alpha + \cos^2 \alpha (1 - \cos^2 \alpha)}{2(1 - \cos \alpha)} = \frac{\sin^4 \alpha + \cos^2 \alpha \sin^2 \alpha}{2(1 - \cos \alpha)} = \frac{\sin^2 \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{2(1 - \cos \alpha)} \\ &= \frac{1 - \cos^2 \alpha}{2(1 - \cos \alpha)} = \frac{1 + \cos \alpha}{2} = \frac{2 \cos^2 \frac{\alpha}{2}}{2} = \cos^2 \frac{\alpha}{2} = VP. \end{aligned}$$

-----Hết-----